第21章　ガウスの法則

閉じた平面から出る電気力線

電気力線の密度は電界の強さに比例する。一般的には、電界の強さ E[N / C = V / m]のとき、電気力線に垂直な単位面積（1[m^2]）を貫く電気力線の本数を E[本]とする。

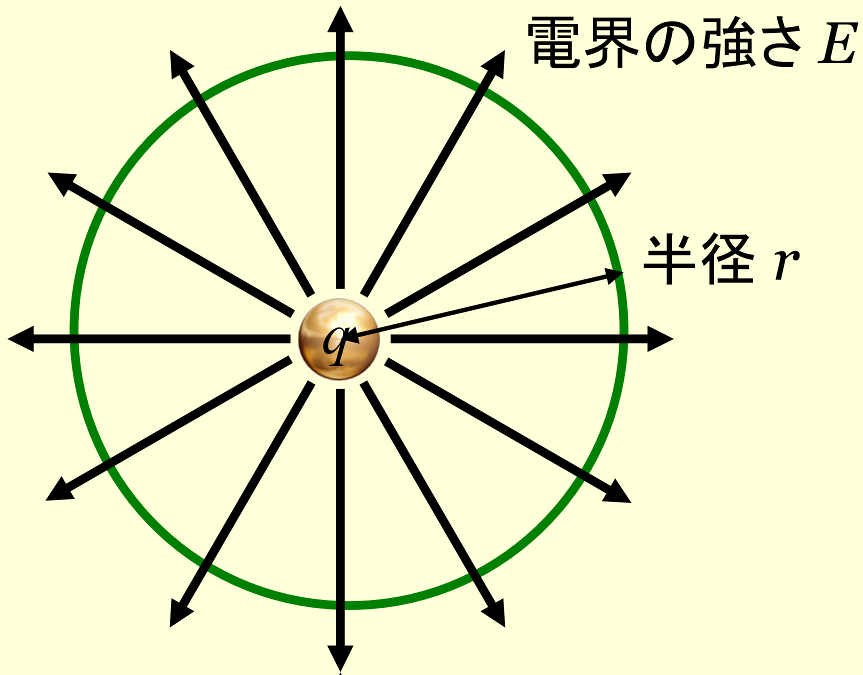
例として、点電荷 q[C]の電界の場合、この点電荷を中心とする半径 r[m]の球面を考えると、この球面上での電界の強さは、

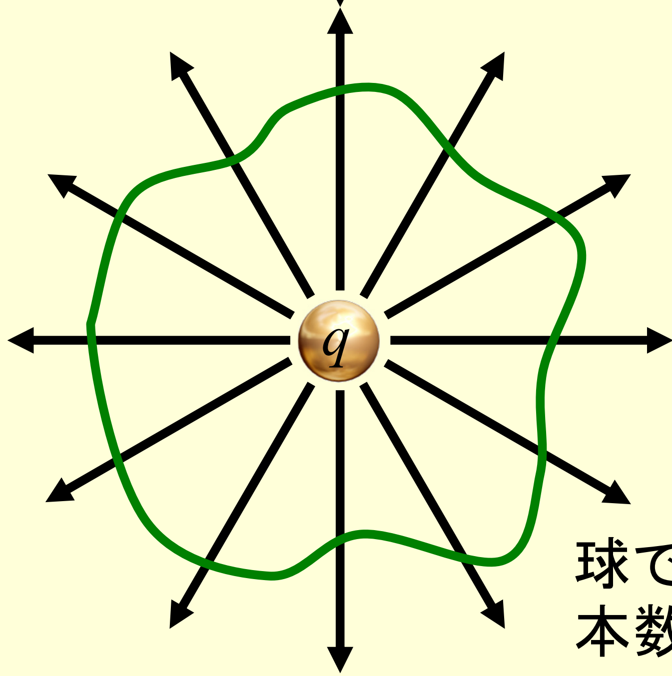
$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$$

となる。球の表面積は$4\pi r^2$なので、球を貫く電気力線の本数Nは、

$$N = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \times 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

となる。

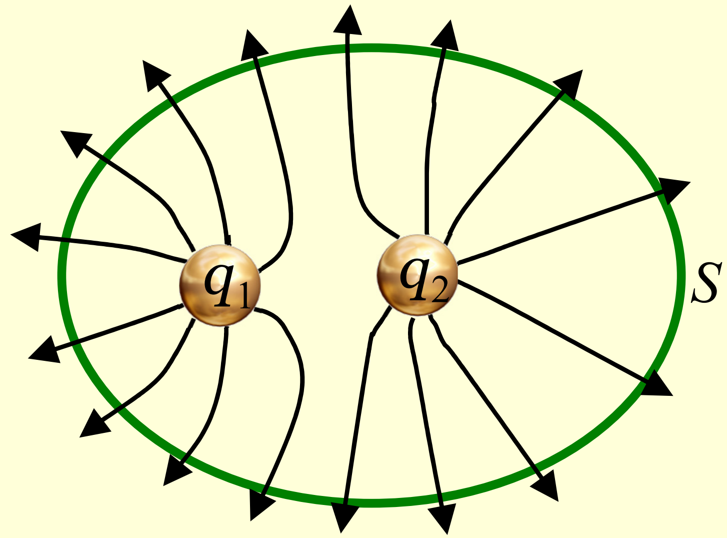




球でなくても、
本数は同じ

ガウスの法則

任意の閉局面Sの中にn個の点電荷q_1、q_2、･･･、q_nがあり、それぞれの電荷から電気力線が出ている時を考える。



この閉局面S内の全電荷q_{all}は、

$$q_{all} = q_1 + q_2 + \cdots + q_n \text{ [C]}$$

また、各電荷から出る電気力線は、それぞれ、

$$N_i = q_i / \varepsilon_0 \text{ [本]}$$

よって、この面からの電気力線の本数は、

$$N = \Sigma q / \varepsilon_0 \text{[本]}$$

となる。

任意の閉局面内の全電荷をΣqとすると、この閉局面から外に出る電気力線の総本数は、$\Sigma q / \varepsilon_0$ [本]になる。これを**ガウス（Gauss）の法則**という。

※ただし、負電荷の場合は、電気力線の方向が逆になる。

ガウスの法則の応用

　電気力線の本数 N は、単位面積あたりの電気力線数 E と、それが貫く面積 S を用いて、

$$N = ES$$

と表すこともできるので、結果として、

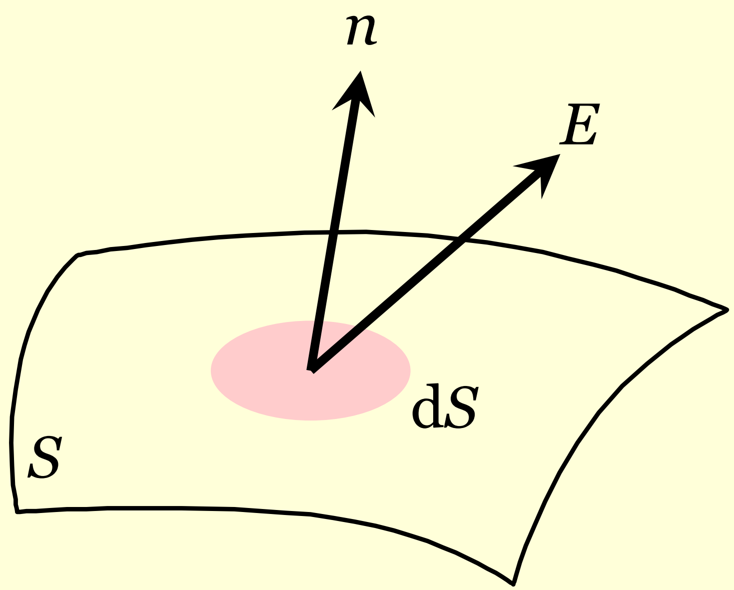
$$\boldsymbol{N = ES = \Sigma q / \varepsilon_0}$$

と表すこともできる。

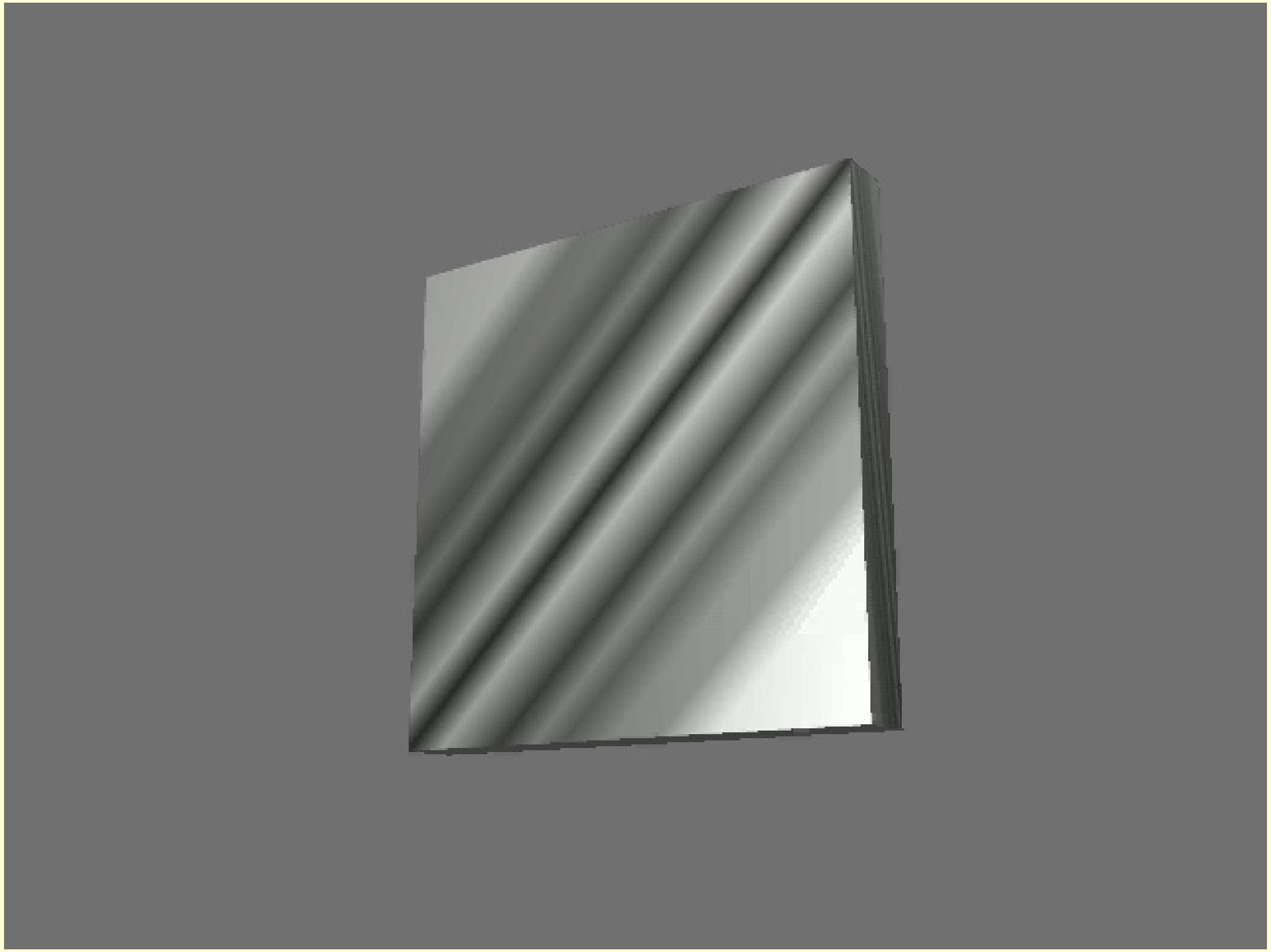
　一般的には、面を微少な面積 $\mathrm{d}S$ に分割し、その面と垂直な電界の成分E_n（nはnormalの意味）を考えたとき、電気力線の本数 N を次式のように求める。

$$N = \oint_S E_n \mathrm{d}S = \oint_S E\cos\theta \mathrm{d}S$$

ここで、$\oint_S$ は閉曲面S全体に対する面積積分を示し、θ は電界 E と法線ベクトル n との角度を示す。

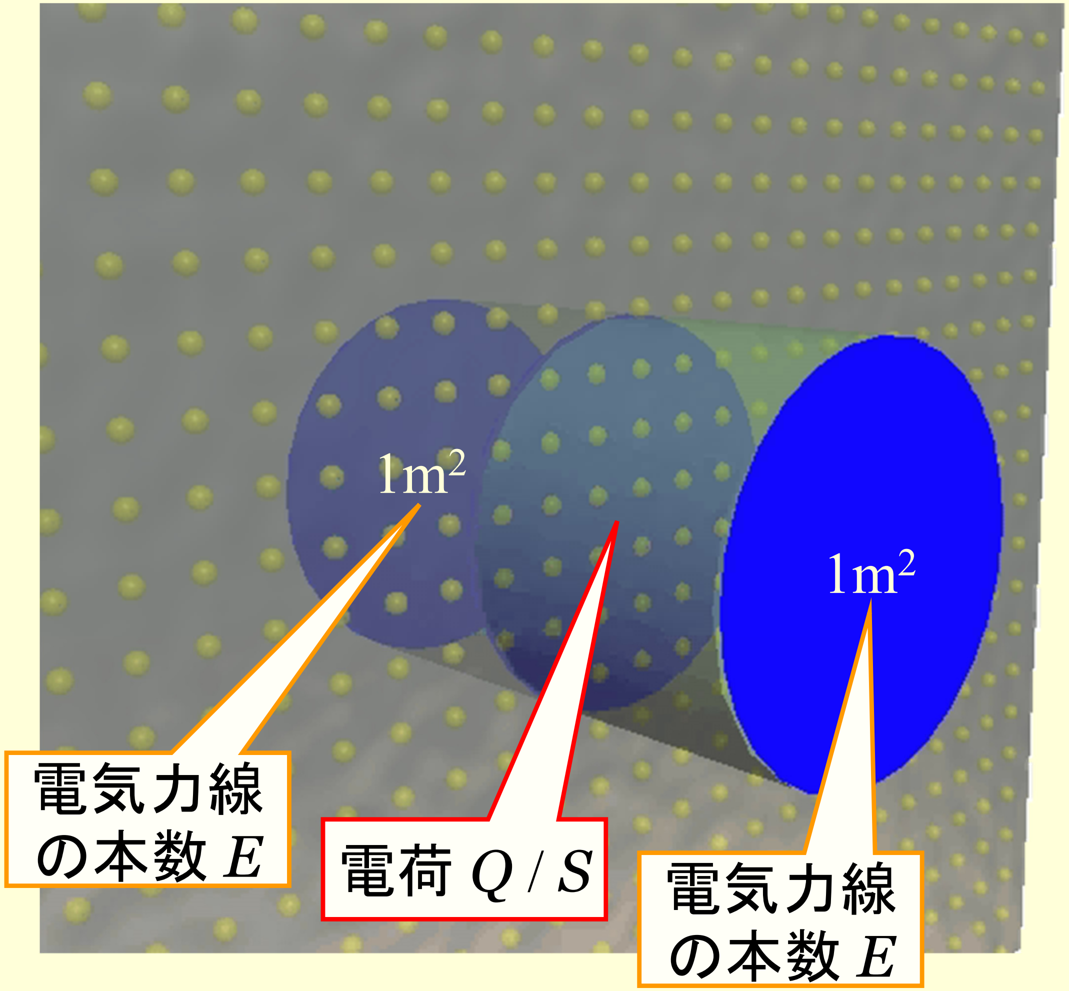


平面板の電気力線



平面板の電気力線は面から垂直に出る。

電界の強さ



平面板全体の電荷 Q、平面板全体の面積 S とすると1m²あたりの電荷 Q / S となる。ここから出る電気力線の本数は $2E$ となるので、

$$\frac{Q/S}{\varepsilon_0}=2E$$

よって、

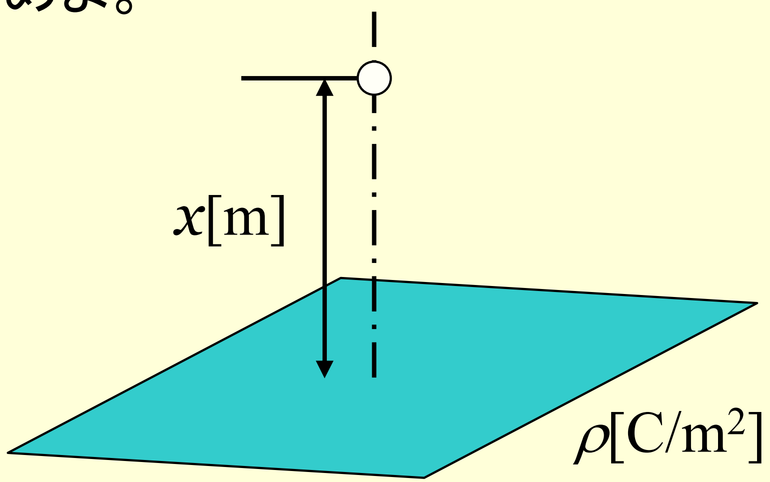
$$E=\frac{Q}{2\varepsilon_0 S}$$

すなわち、この電界は平面板からの距離によらず一定になる。

例題

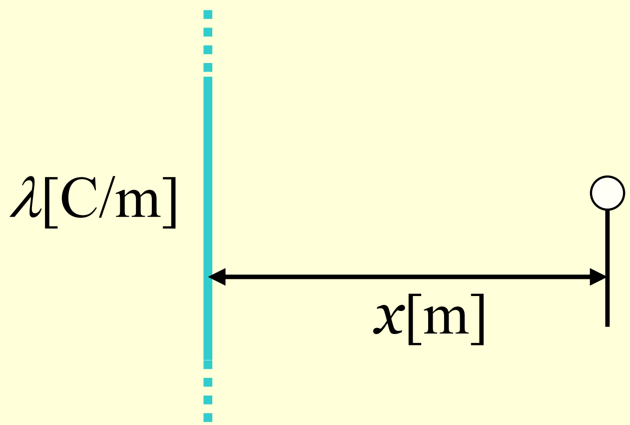
例題１

　面密度 ρ[C/m^2]で一様に帯電した無限に広い平面板が、この平面から距離 x[m]の点に作る電界の強さを求めよ。



例題２

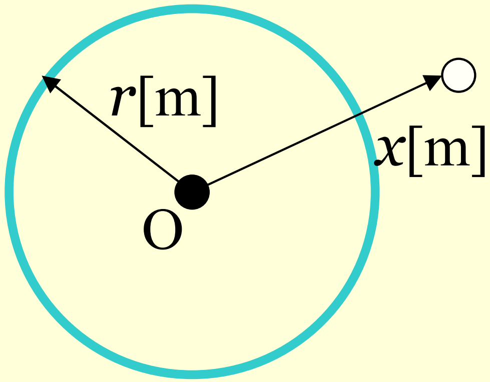
　無限に長い直線上に線密度 λ[C/m]で一様に分布した電荷が、この直線から距離 x[m]の点に作る電界の強さを求めよ。



例題

例題３

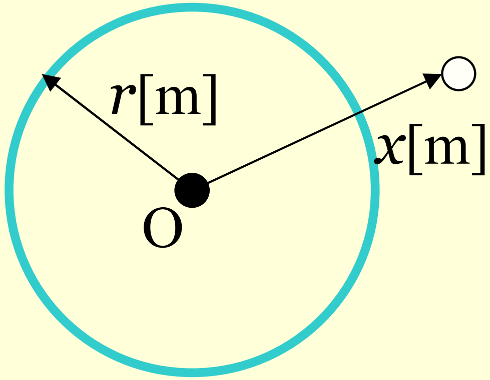
　全体で電荷 Q[C]で一様に帯電した半径 r[m]の球殻の中心から距離 x[m]での電界の強さを求めよ。



例題

例題３

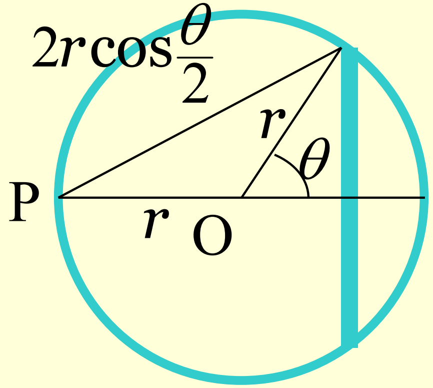
　全体で電荷 Q[C]で一様に帯電した半径 r[m]の球殻の中心から距離 x[m]での電界の強さを求めよ。



$x = r$ のとき

Pから等距離にある球帯の面積は、

$$2\pi r^2 \sin\theta \mathrm{d}\theta$$



この球帯がPに作る電界 dE は、

$$\mathrm{d}E = \frac{\sigma 2\pi r^2 \sin\theta \mathrm{d}\theta}{4\pi\varepsilon_0 4r^2 \cos^2(\theta/2)} \cos\frac{\theta}{2}$$

ただし、

$$\sigma = \frac{Q}{4\pi r^2}$$

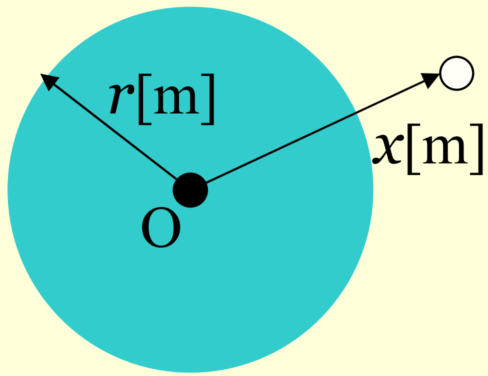
よって、

$$E = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}$$

例題

例題4

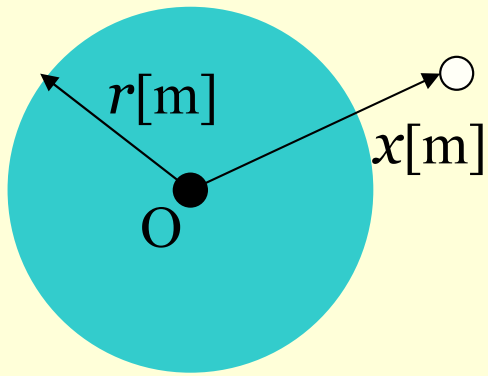
　全体で電荷 Q[C]で一様に帯電した半径 r[m]の球の中心から距離 x[m]での電界の強さを求めよ。



例題

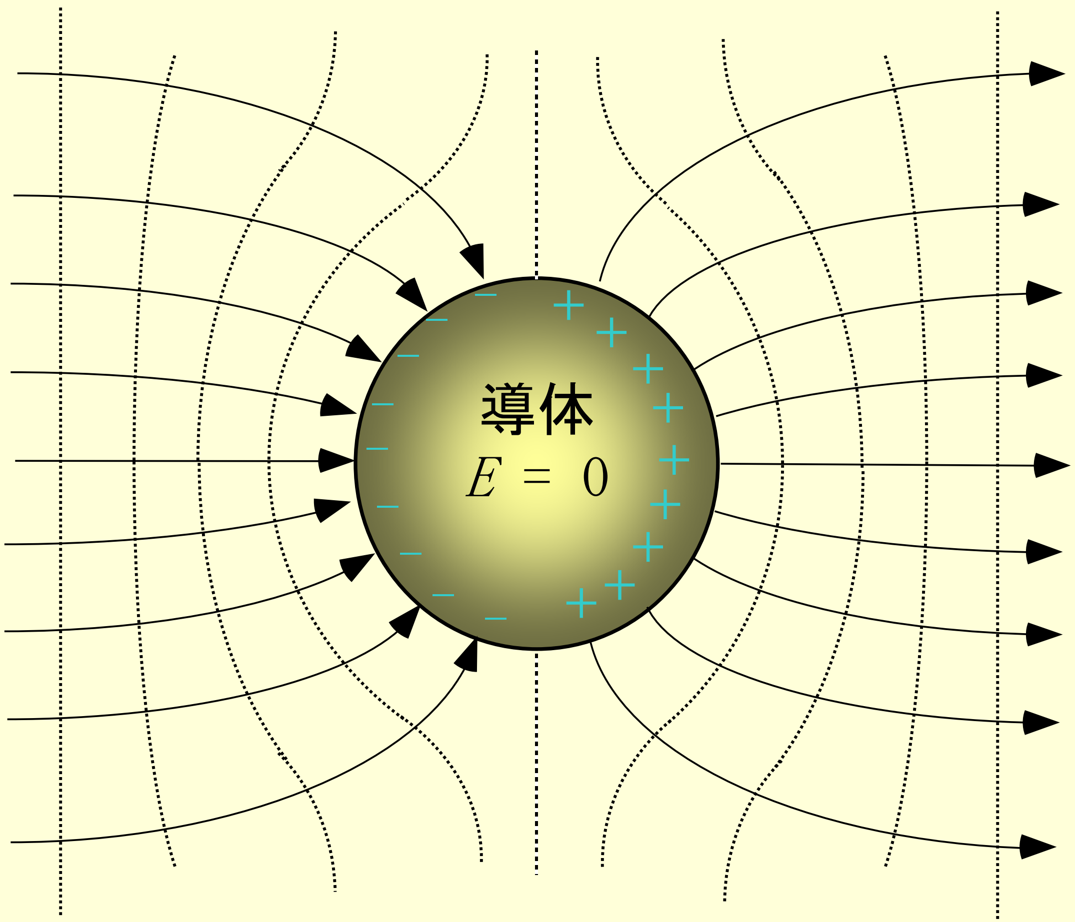
例題4

　全体で電荷 Q[C]で一様に帯電した半径 r[m]の球の中心から距離 x[m]での電界の強さを求めよ。



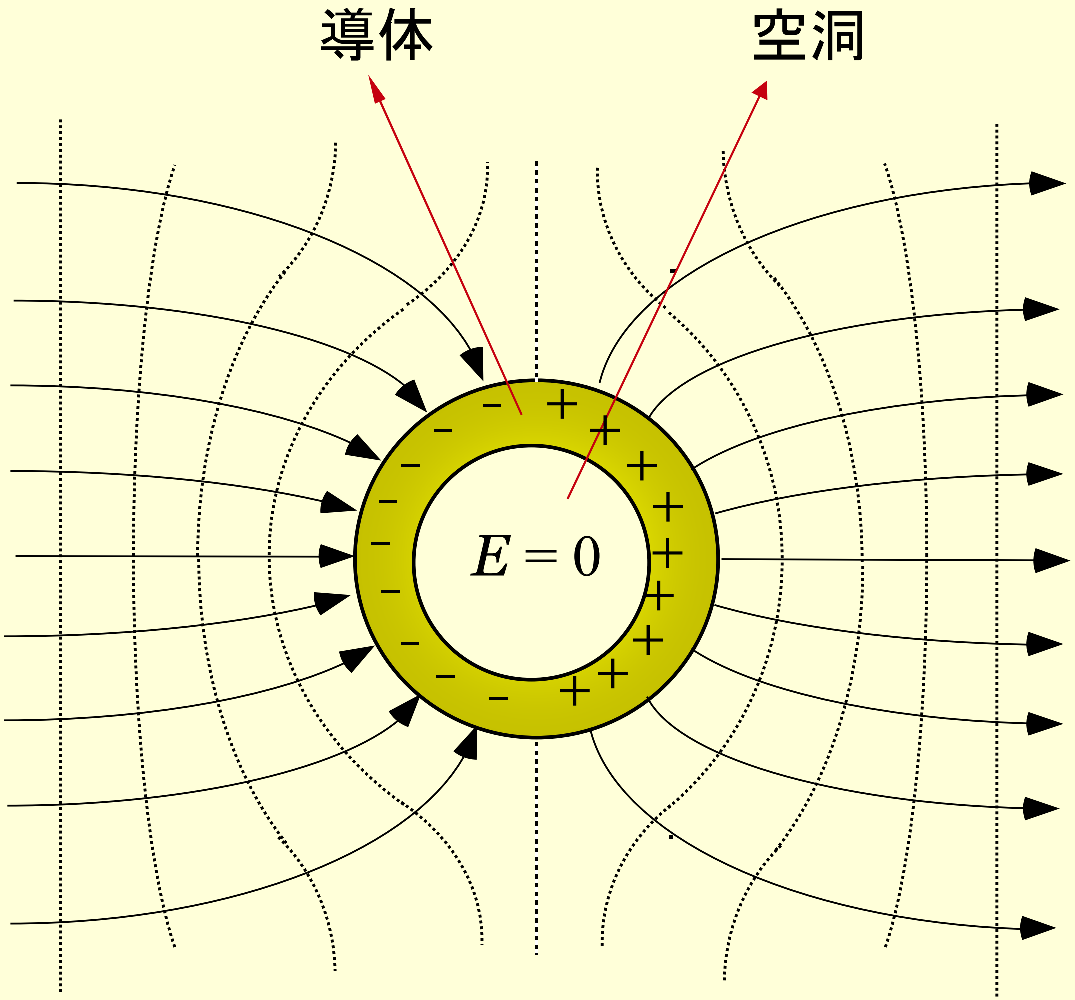
　同種の電荷は互いに反発するので、このような電荷分布を作るのは非常に大きなエネルギーを必要とする。この計算は原子核内部の電場の近似値を求めるときに用いられる。

電場中の導体(中実球のとき)



図のように、電場の中に金属のような導体をおくと、導体内部の電場が 0 (ゼロ)となるように導体中の電荷が移動し、導体表面に正負別で分布する。電荷の移動が終わったとき、すなわち導体内部の電場が 0 (ゼロ)になったとき、導体の電位は全て等しくなり、表面は等電位面になる。導体外の電気力線は導体表面に垂直となり、**導体内部では電場が 0 (ゼロ)ゆえ電気力線は存在せず、導体内に正負の電荷は現れない**。

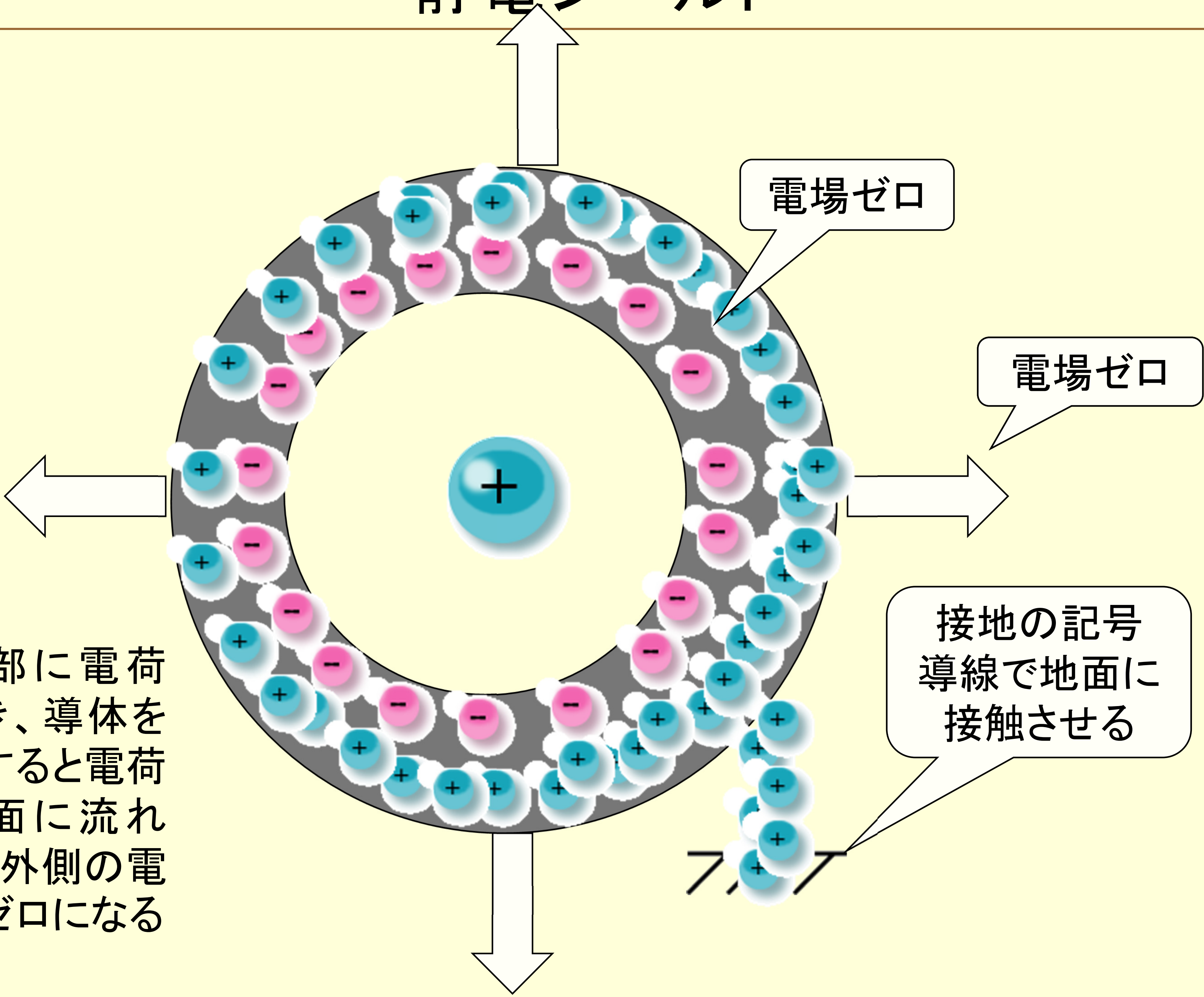
電場中の導体(中空球のとき)



図のように導体内部に空洞があり、その空洞に電荷がない場合には、空洞内部の電場が 0 (ゼロ)となる。従って、導体で囲まれた空間内は、外からの電場の影響を受けることがない。このように外部の電場の影響を遮ることを静電遮蔽(electric shielding;静電シールド)という。

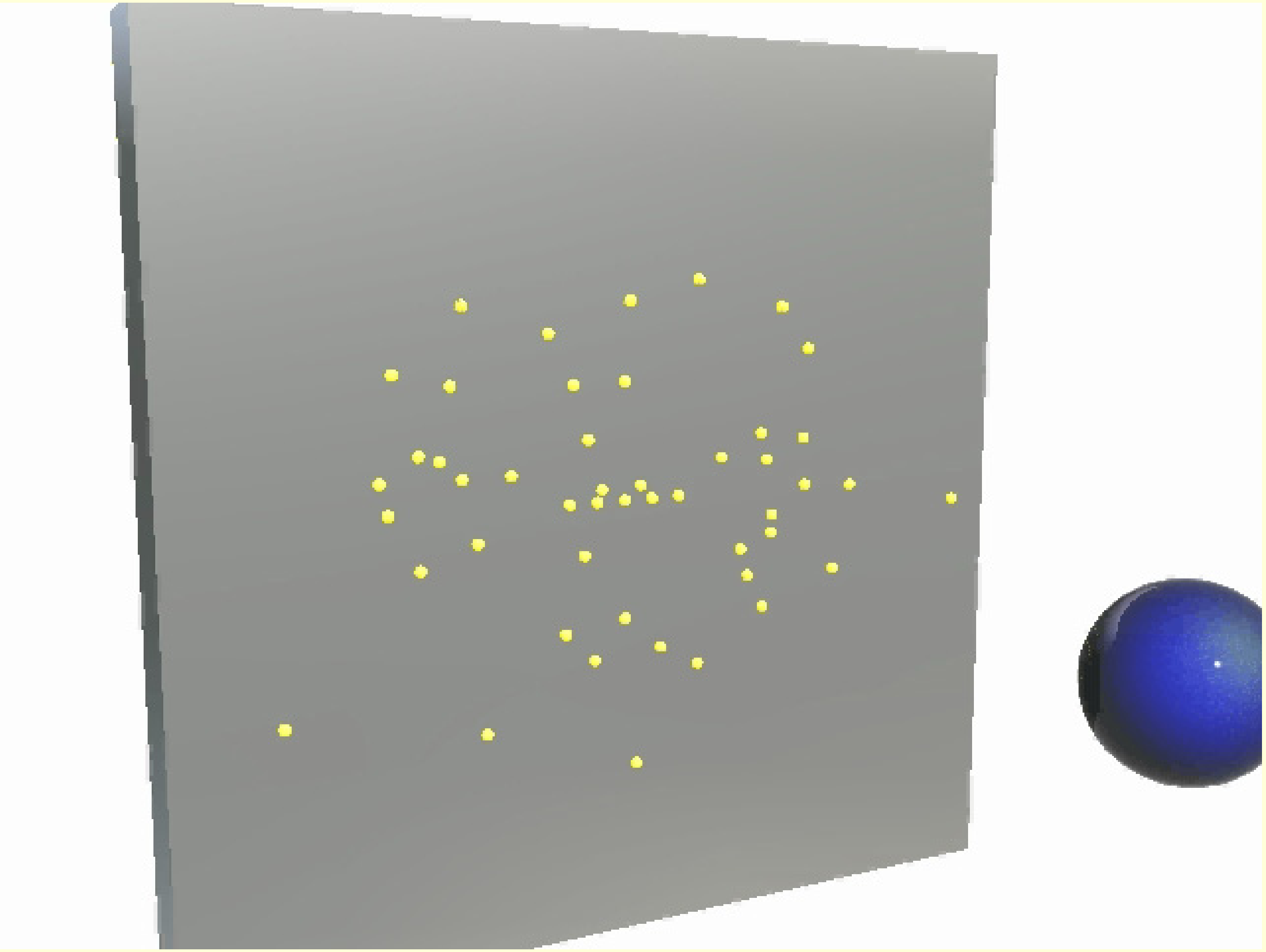
長いトンネルや鉄筋コンクリートの建物内部でラジオ放送が聞こえなかったり、車に雷が落ちても中の人間が感電しないのは、この静電遮蔽によるものである。電子計器の金属製外箱や生体計測時に使用する金網などは、この静電遮蔽の性質を利用している。

静電シールド



空洞部に電荷を置き、導体を接地すると電荷が地面に流れ出て、外側の電場はゼロになる

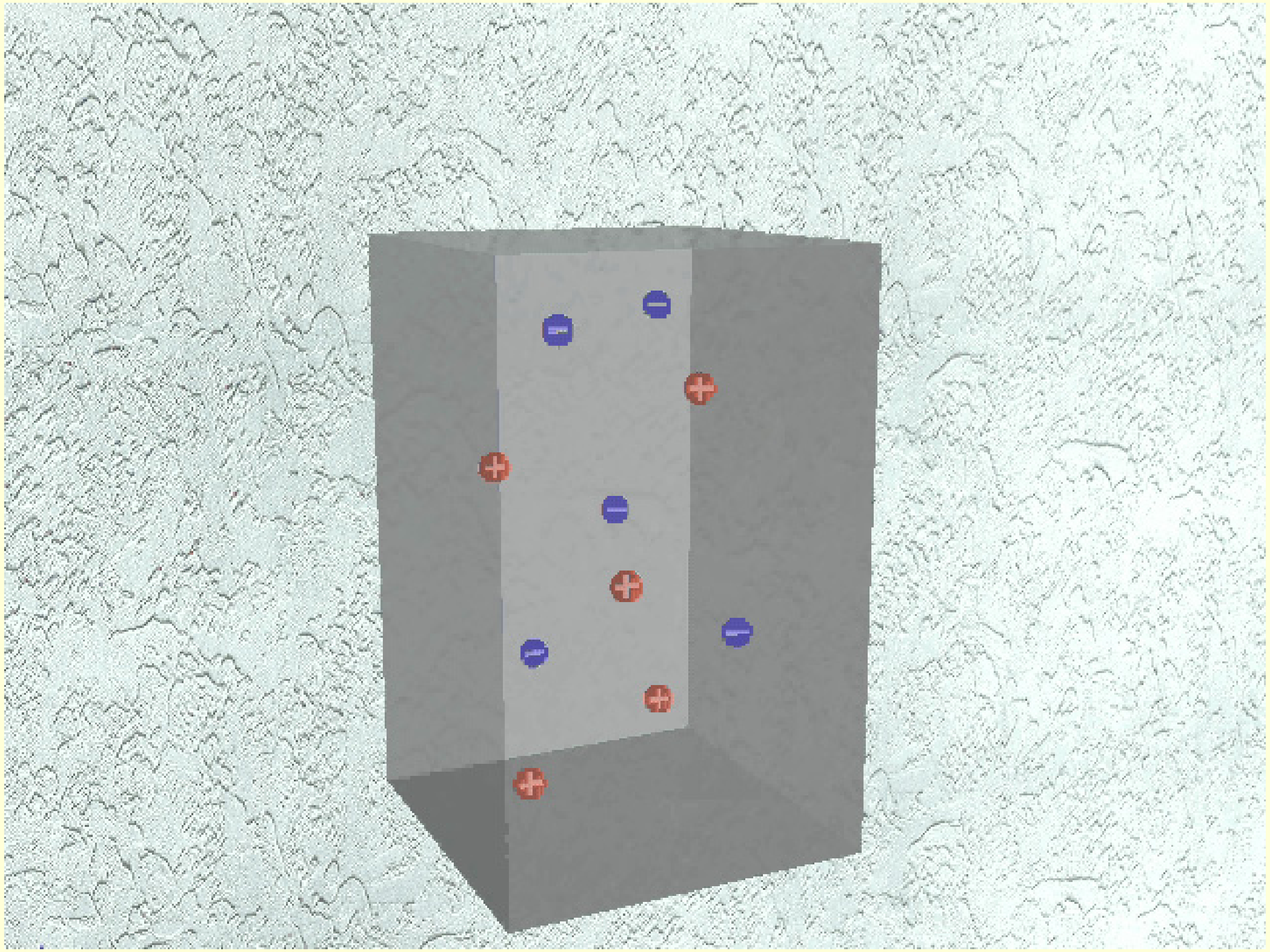
静電誘導



電荷が分布している面に、反対の電荷を持つものを近づけると、互いが引きつけ合って中和しようとする性質がある。これを**静電誘導**という。

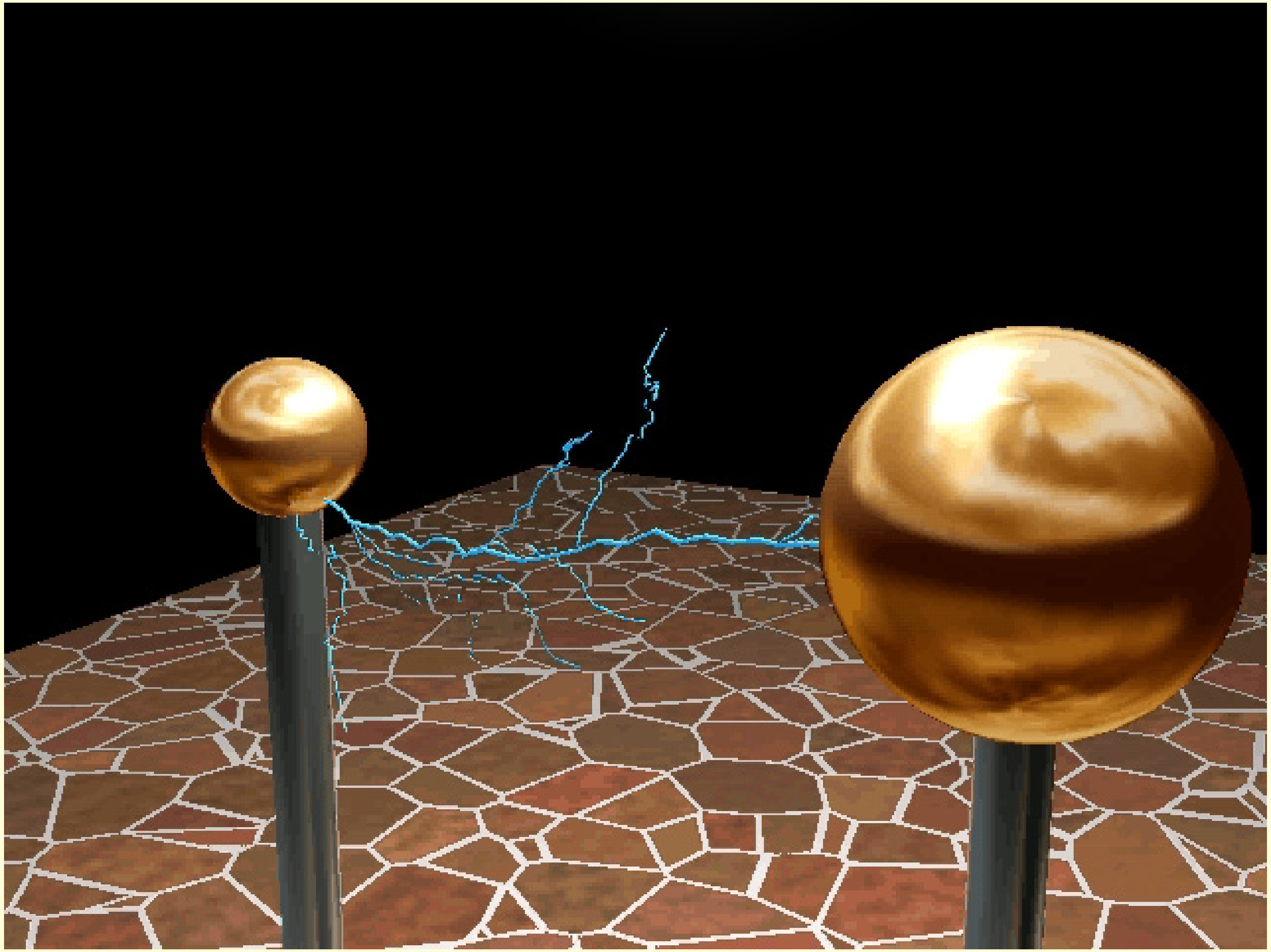
アース

電荷をためた物質に手で触れると、手を通して自由電子が流れ出る。手の代わりに導線をつけて地面につけても同じ結果を得る。これを接地(アース)という。



放電と絶縁破壊

　導体に電子を与えると、電荷は導体中を自由に動けるが、空気中には出てこない。しかし、さらに電子の数を増やし電界が強くなると、電子に大きな力が働き空気中を移動できるようになる。これを**放電現象**といい、固体などの絶縁体で同じような現象を起こすことを**絶縁破壊**という。



　放電の一番身近な現象は雷である。雲の中にたまった静電気が一気に地面へと放電される。そのとき、空気との摩擦により、大きな音が発生する。