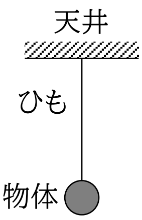
# 第4章　練習問題

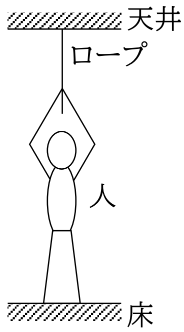
ただし、重力加速度は 10[m/s$^2$]を使用すること。

1．質量 $m$ の物体を天井から軽いひもでつり下げる。重力加速度の大きさを $g$ として、以下の問いに答えよ。




(1)　物体に働く重力の大きさを求めよ。
(2)　ひもの張力の大きさを $T$ として、物体に働く力のつりあいの式を作れ。
(3)　ひもの張力を求めよ。
(4)　天井が、ひもに引かれる力の大きさを求めよ。

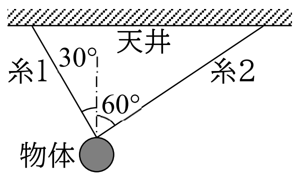
2．図のように、床の上にいる質量 $m$ の人が、一端を天井に固定した質量の無視できるロープをつかむ。重力加速度の大きさを $g$ として、以下の問いに答えよ。




(1)　人がロープを引いたが、人は床から浮き上がらなかった。このとき、人に働く力と、ロープに働く力を図示せよ。力は矢印で表し、何に働く何からの力かがわかるように語句を記入せよ。
(2)　人がロープを引く力の大きさを $F$、床から受ける力の大きさを $R$ として、つりあいの式を作れ。また、床から受ける力の大きさを求めよ。
(3)　ロープを引く力を徐々に大きくしていくと、あるとき床から浮き上がった。このときの、人がロープを引く力の大きさを求めよ。

3．物体を2本の質量の無視できる糸でつり下げる。(2)、(3)では重力加速度の大きさを $g$ として、以下の問いに答えよ。

(1)　右図のように、質量 10[kg]のおもりを天井から2本の糸でつり下げる。ただし、sin30° = cos60° = 0.5、sin60° = cos30° = 0.85 とする。




(a)　糸1、2の張力の大きさをそれぞれ $T_1$、$T_2$ として、水平、鉛直方向のつりあいの式を作れ。
(b)　$T_1$、$T_2$ を求めよ。

(2)　右図1のように、質量 $m$[kg]のおもりを天井から2本の糸でつり下げる。
(a)　糸1、2の張力の大きさをそれぞれ $T_1$、$T_2$ として、水平、鉛直方向のつりあいの式を作れ。
(b)　$T_1$、$T_2$ を $m$、$g$、$\theta$ で表せ。

(3)　右図2のように、質量 $m$[kg]のおもりを天井からの糸1と、水平に引いた糸2でつり下げる。
(a)　糸1、2の張力の大きさをそれぞれ $T_1$、$T_2$ として、水平、鉛直方向のつりあいの式を作れ。
(b)　$T_1$、$T_2$ を $m$、$g$、$\theta$ で表せ。

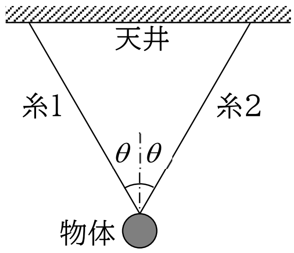


図1

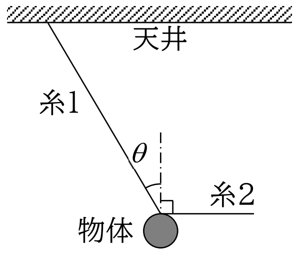
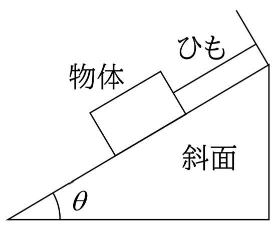


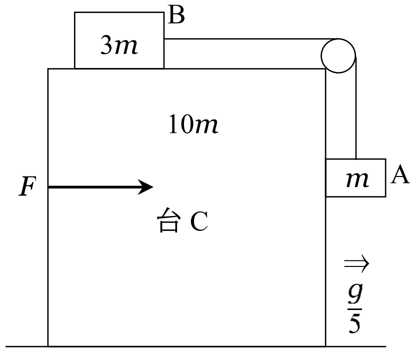
図2

4．傾斜角 $\theta$ でなめらかな斜面に、質量 $m$ の物体が置かれ、斜面と平行なひもでつるされている。重力加速度の大きさを $g$ として、以下の問いに答えよ。

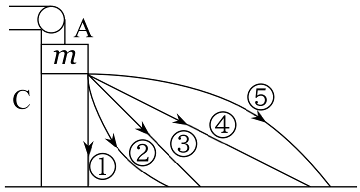



(1)　ひもの張力の大きさを $T$、斜面と物体との間の垂直抗力の大きさを $N$ として、物体に働く力のつりあいを、斜面に平行な方向と、垂直な方向に分けて式を作れ。
(2)　$T$、$N$ を求めよ。
(3)　$\theta = 30°$、$m = 4.0$[kg]、$g = 10$[m/s$^2$]として、$T$、$N$ を求めよ。ただし、sin30° = cos60° = 0.5、sin60° = cos30° = 0.85 とする。

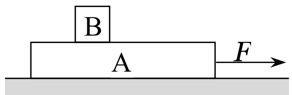
5．なめらかな水平な床に、質量 $10m$ の直方体の台 C が置かれている。C には滑車がつけられ、軽い糸がかけられている。糸の両端には質量 $m$ の物体 A と、$3m$ の物体 B がつけられ、A は台 C の鉛直な側面に接してつるされ、B は台 C の水平でなめらかな上面に置かれている。重力加速度の大きさを $g$ とする。はじめ、全てが静止した状態から、台 C に水平右向きの一定の大きさの力 $F$ を加える。同時に、A、B を静かにはなすと、台 C は右向きの一定の加速度 $\frac{g}{5}$ で動き出し、また、A は C のなめらかな側面に接して落下した。以下の問に答えよ。




(1) A の加速度の、鉛直下向きの成分を $\alpha$ とする。糸の張力の大きさを $T$ として、台 C 上で観測した A、B の運動方程式を求めよ。
(2) $\alpha$ 、$T$ を求めよ。
(3) 床から見た B の加速度を求めよ。
(4) B が C 上で水平に距離 $L$ だけ進む時間を求めよ。また、距離 $L$ だけ進んだ時、B の台に対する速度を求めよ。
(5) A が C の側面から受ける力の大きさを求めよ。
(6) 台 C を押す力 $F$ の大きさを求めよ。
(7) 台が床から受ける力の大きさを求めよ。
(8) 床から見た A の運動の軌跡は、下図の①～⑤のどれか、最も適当なものを選べ。ただし、A が床に衝突する以前に、B が滑車に衝突することはないものとする。




6．右図のようになめらかな水平面上に、質量 $4m$ の直方体 A があり、A の上面に質量 $m$ の小物体 B を置く。A の上面と B の間の静止摩擦係数は 0.50、動摩擦係数は 0.30 である。重力加速度の大きさを $g$ として以下の問いに答えよ。ただし、図の右向きを正とする。

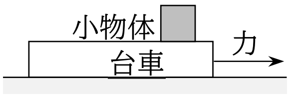



A に図のように水平右向きに大きさ $F$ の力を加えたところ、A と B は一体のまま動き出した。
(1) A と B の加速度を求めよ。
(2) A および B に働く水平方向の力をそれぞれ全て図示せよ。力は矢印で表し、また何の力かわかるように語句で記入せよ。
(3) このとき B に働く静止摩擦力の大きさと向きを求めよ。

次に、A に加える力を徐々に大きくし $F_0$ とすると、B は A に対してすべり始めた。
(4) $F_0$ を $m$、$g$ で表せ。

A と B を静止させた状態から、A に水平右向きに大きさ $3.5mg$ の力を加えた。ただし、$3.5mg > F_0$ である。
(5) A および B に働く水平方向の力をそれぞれ全て図示せよ。力は矢印で表し、また何の力かわかるように語句で記入せよ。
(6) A と B の加速度をそれぞれ求めよ。
(7) A から見た B の加速度を求めよ。
(8) B が A 上で距離 $L$ だけ滑る時間を求めよ。ただし、A の上面は十分に長く B は落ちないものとする。

7. 右の図のように、なめらかで水平な床に置かれた質量 $M$ の台車の上に、質量 $m$ の小物体が置かれている。台車の右端には質量の無視できるひもがつけられている。速度や加速度は図の力の向きのように右向きを正の方向にとるものとする。重力加速度の大きさを $g$ とし、以下の問いに答えよ。




初めは、台車と小物体の間に摩擦がない場合を考える。

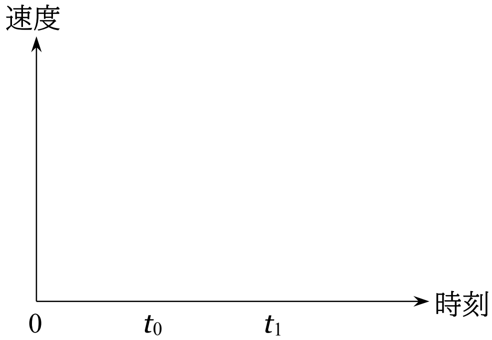
(1) 台車のひもを水平方向右向きに引き、台車に $F_0$ の力を加えた。台車の床に対する加速度を求めよ。

次に、台車と小物体の間に摩擦がある場合を考える。台車と小物体の間の静止摩擦係数を $\mu_s$、動摩擦係数を $\mu_k$ とする。

(2) 台車のひもを水平方向右向きに引き、台車に $F_1$ の力を加えたところ、小物体は台車の上で滑ることなく、台車と一体となって動いた。
  (a) 床に対する台車の加速度を求めよ。
  (b) 台車に固定した座標で見た場合、小物体は静止している。これは小物体に正と負の2種類の水平方向の力が働いているためと考えることができる。これらの力の名称をそれぞれ何と言うか。

(3) 台車を水平方向右向きに引っ張る力を $F_2$ まで増やしていったところ、小物体は台車上を滑り始めた。静止摩擦係数 $\mu_s$ を求めよ。

(4) $F_2$ に比べ十分大きい水平方向右向きの力 $F_3$ を、台車に時刻 $t = 0$ から $t = t_0$ まで加えた。ただし、台車と小物体は時刻 $t = 0$ で静止していたとし、以下では速度や加速度は床に固定された座標で考えることとする。また、台車は十分に長く、小物体が台車から落ちることはないものとする。
  (a) 力 $F_3$ が台車に作用している間（$0 \leqq t \leqq t_0$）の台車と小物体それぞれの加速度を求めよ。
  (b) 力 $F_3$ が働かなくなる瞬間（$t = t_0$）における台車の速度 $V_0$ と小物体の速度 $v_0$ を求めよ。
  (c) 力 $F_3$ が働かなくなった直後の台車の加速度を求めよ。
  (d) $t = t_0$ からある時間が経過し、時刻 $t_1$ になったとき、台車は等速度運動を始めた。等速度運動を始めるまでの時間 $t_1 - t_0$、および時刻 $t_1$ 以降の台車の速度 $V_1$ を、$V_0$ と $v_0$ などを用いて表せ。
  (e) 以上を総合して、台車の速度 $V$ と小物体の速度 $v$ が時刻とともに変化する様子の概略を右の図に書き入れよ。



# 第4章　練習問題(解答)

1.

(1) $mg$

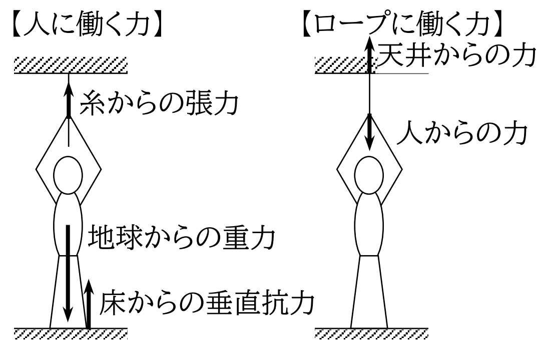
(2) $mg - T = 0$

(3) $T = mg$

(4) $mg$、鉛直下向き

2.

(1)




(2) $F + R - mg = 0$、$R = mg - F$

(3) $F = mg$

3.

(1) (a) 水平: $T_1\sin30° - T_2\sin60° = 0$
鉛直: $T_1\cos30° + T_2\cos60° - 10\times10 = 0$

(b) $T_1 = 85$[N]、$T_2 = 50$[N]

(2) (a) 水平: $T_1\sin\theta - T_2\sin\theta = 0$
鉛直: $T_1\cos\theta + T_2\cos\theta - mg = 0$

(b) $T_1 = T_2 = \dfrac{mg}{2\cos\theta}$

(3) (a) 水平: $T_1\sin\theta - T_2 = 0$
鉛直: $T_1\cos\theta - mg = 0$

(b) $T_1 = \dfrac{mg}{\cos\theta}$、$T_2 = mg\tan\theta$

4.

(1) 平行: $mg\sin\theta - T = 0$、垂直: $mg\cos\theta - N = 0$

(2) $T = mg\sin\theta$、$N = mg\cos\theta$

(3) $T = 20$[N]、N = 34[N]

5.

(1) A: $m\alpha = mg - T$、B: $3m\alpha = T - \dfrac{3}{5}mg$

(2) $\alpha = \dfrac{g}{10}$、$T = \dfrac{9}{10}mg$

(3) $\dfrac{3g}{10}$

(4) $2\sqrt{\dfrac{5L}{g}}$、$\sqrt{\dfrac{gL}{5}}$

(5) $N = \dfrac{mg}{5}$

(6) $\dfrac{31}{10}mg$

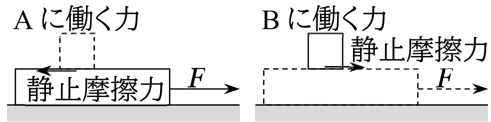
(7) $R = \dfrac{139}{10}mg$

(8) ④

6.

(1) $\dfrac{F}{5m}$

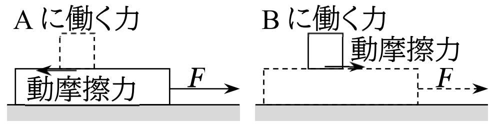
(2)




(3) $\dfrac{F}{5}$

(4) $2.5mg$

(5)




(6) A:$0.80g$、B:$0.30g$

(7) $-0.50g$

(8) $\sqrt{\dfrac{L}{0.25g}}$

7.

(1) $\dfrac{F_0}{M}$

(2) (a) $\dfrac{F_1}{M+m}$

(b) 正の向き:静止摩擦力
負の向き:慣性力

(3) $\dfrac{F_2}{(M+m)g}$

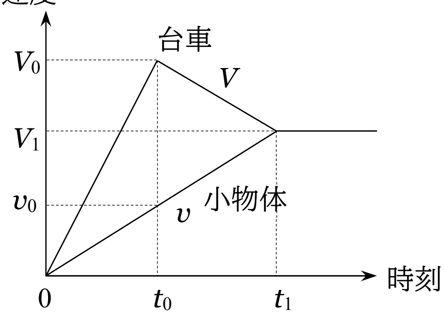
(4) (a) 台車: $\dfrac{F_3 - \mu_k mg}{M}$
小物体: $\mu_k g$

(b) $V_0 = \dfrac{F_3 - \mu_k mg}{M}t_0$
$v_0 = \mu_k g t_0$

(c) $-\dfrac{\mu_k mg}{M}$

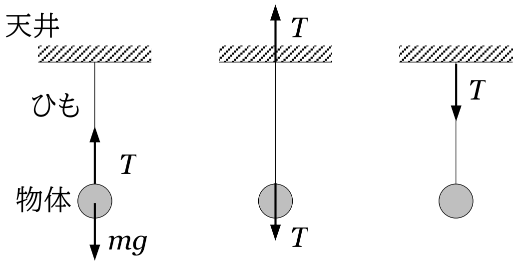
(d) $V_1 = \dfrac{MV_0 + mv_0}{M+m}$

(e) 速度



# 第3章　練習問題（解説）

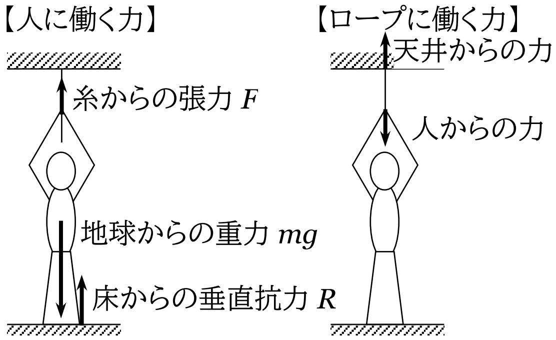
1.　物体、ひも、天井に働く力をそれぞれ考えると図のようになる。




物体に働く力　ひもに働く力　天井に働く力

2.　「ロープを下に引くので力は下向き」と考えがちだけど、それはロープに働く力。人に働くロープの力は、その反作用なので上向きになる。

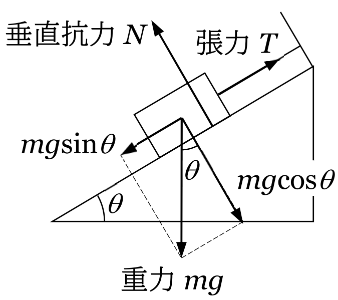
【人に働く力】　　　　【ロープに働く力】




(2)は(1)の図を見ながら正負に気をつけて式を作りましょう。(3)は(2)の垂直抗力 $R$ が 0 になる条件を考える。

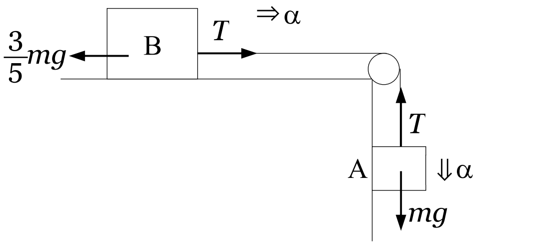
3.　三角関数で水平、鉛直方向に分解して考えましょう。

4.　重力を斜面に平行、垂直な方向に分解して、それぞれ働いている力との釣り合いを考える。




5.　どこから見ているかを意識して考える。台上の観測者から見るときは、台は止まっていると考えて良い。滑車は台 C の一部である。滑車に働く力を忘れないように。

(1)台 C で観測すると、A は鉛直下向きに、B は水平右向きに、共に加速度$\alpha$で運動する。A に働く鉛直方向の力と、B に働く水平方向の力だけ描くと図のようになる。C 上で観測するので B には慣性力（台 C が右に動くせいで働く反作用の力。台 C の加速度が逆向きに働いていると考えれば良いので、質量 $3m$、加速度 $\dfrac{g}{5}$ から求めることが出来る）が働く。A にも働くが、水平方向なので、この場合は関係ない。




(3)床から見た B の加速度を $a_B$ とすると、台 C から見た相対加速度が$\alpha$なので、

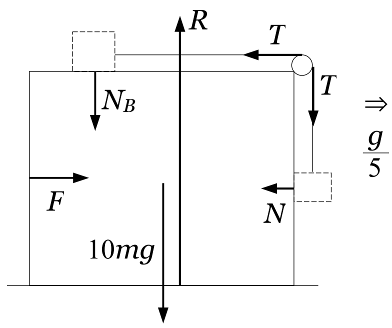
$$\alpha = a_B - \frac{g}{5}$$

から $a_B$ を求める。

(4)台 C に対する加速度$\alpha$で距離 $L$ だけ移動したと考えて、それに要する時間を求める。その時間から、そのときの速度を求める。

(5)台 C と A の間に働く垂直抗力 $N$ が、A が C の側面から受ける力である。質量 $m$、加速度 $\dfrac{g}{5}$ を用いて運動方程式を立てる。

(6)台 C と B の間に働く垂直抗力の大きさを NB、台 C と床との間の垂直抗力の大きさを R とすると、床から観測して台 C に図のような力が働く。




台 C についての水平方向の運動方程式は、

$$10m \times \frac{g}{5} = F - N - T = F - \frac{mg}{5} - \frac{9}{10}mg$$

となるので、ここから $F$ を求める。

(7)B についての鉛直方向の釣り合いを考える。

6.　摩擦のある台上での運動は、摩擦力の向きがポイントになる。静止摩擦力を考えるときは、「もし摩擦力がなかったらどうなるか」、動摩擦力を考えるときは、「台上で見た相対速度と逆向き」と考えると良い。

(1)A と B を一体と考える。
(2)静止摩擦力のみが B を動かす力となり、B と A が一体となって動くということは、その力は右向きとなる。A には、その反作用の力と外から与えられる力 $F$ が働くこととなる。
(3)静止摩擦力の大きさを $f$ として、運動方程式をつくると、$f = ma$ となる。ここに(1)の $a$ を代入する。最大摩擦力とは限らないので、垂直抗力×摩擦係数ではないことに注意する。
(4)(3)の静止摩擦力が最大静止摩擦力となることから $F_0$ を求める。
(5)(4)よりも大きな力で引いているので、A がより早く動き、B は右向きに動くものの A よりは遅い。つまり、A から見ると、B は左向きに動いていることになる。なので、B に働く動摩擦力は右向きとなる。
(6)A、B それぞれの加速度を用いて運動方程式を立てて求める。
(7)(6)から加速度の差を求める。
(8)(7)で求めた加速度で $L$ だけ移動する時の時間を求める。

7. (1)台車の加速度を $a_0$ とする。台車に働く水平方向の力は $F_0$ のみであるので、運動方程式

$$Ma_0 = F_0$$

より、加速度 $a_0$ が求められる。
(2)(a)台車と小物体を質量 $M+m$ の一つの物体と考える。その加速度を $a_1$ として運動方程式を立てると、

$$(M+m)a_1 = F_1$$

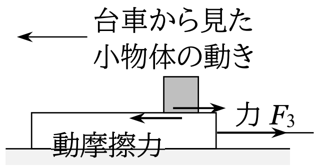
(b)台車と小物体が一体になって運動したということは、小物体が台車と同じ加速度で運動したと考えることが出来る。これを台車上から見る(台車の上に観測車が乗ってるイメージ)と、小物体は台車によって右方向に引く力が働いていることになる。この力が静止摩擦力である。台車上から見て小物体は静止していることから、反作用の力も働いているはずだが分からない。なので、分からない力＝慣性力(台車の加速度と逆向きの力)が働いて静止摩擦力と釣り合うことで小物体が静止していると考える。
(3)滑り出す直前の力の釣り合いを考える。そのときの台車と小物体の加速度 $a_2$ は、(2)を用いると、

$$a_2 = \frac{F_2}{N+m}$$

である。このとき、台車上の観測車から見ると、最大静止摩擦力 $\mu_s mg$ と慣性力 $ma_2$ が釣り合うことになる。これより運動方程式、

$$\mu_s mg - ma_2 = 0$$

を解くことで静止摩擦係数 $\mu_s$ を求めることができる。
(4)(a) 台車の速度が小物体の速度より大きいので、台車上で見ると小物体は図の左向きに動く。




そのため、小物体に働く動摩擦力は右向き、逆に台車には左向きに働く。大きさは、$\mu_k mg$ である。台車と小物体の加速度をそれぞれ $\alpha$ 、$\beta$ として運動方程式をつくると、

台車：$M\alpha = F_3 - \mu_k mg$

小物体：$m\beta = \mu_k mg$

これらより、$\alpha$ 、$\beta$ を求めることが出来る。
(b)台車、小物体それぞれが等加速度運動をするので、時間 $t_0$ だけ経った時の速度 $V_0$、$v_0$ は、

台車：$V_0 = \alpha t_0$

小物体：$v_0 = \beta t_0$

(c)台車の速度の方が大きいので、動摩擦力の向きは変わらない。台車の加速度を $\alpha'$ として、

$$M\alpha' = -\mu_k mg$$

より、$\alpha'$ を求める。
(d)小物体に働く力は変化せず、加速度は $\beta$ のままである。時刻 $t_1$ で同じ速度 $V_1$ になるので、

$$V_1 = V_0 + \alpha'(t_1 - t_0) = v_0 + \beta(t_1 - t_0)$$

$$t_1 - t_0 = \frac{V_0 - v_0}{\beta - \alpha'} = \frac{M(V_0 - v_0)}{\mu_k g(M+m)}$$

※運動量保存の法則でも求められる。
(e)$v$–$t$ グラフの傾きが加速度になるので、$\alpha > \beta > 0$、$\alpha' < 0$ で一定であることを考慮して作図する。小物体の加速度は $t_1$ まで同じ $\beta$ であることにも注意すること。$t_1$ 以降は両物体共に等速運動をする。