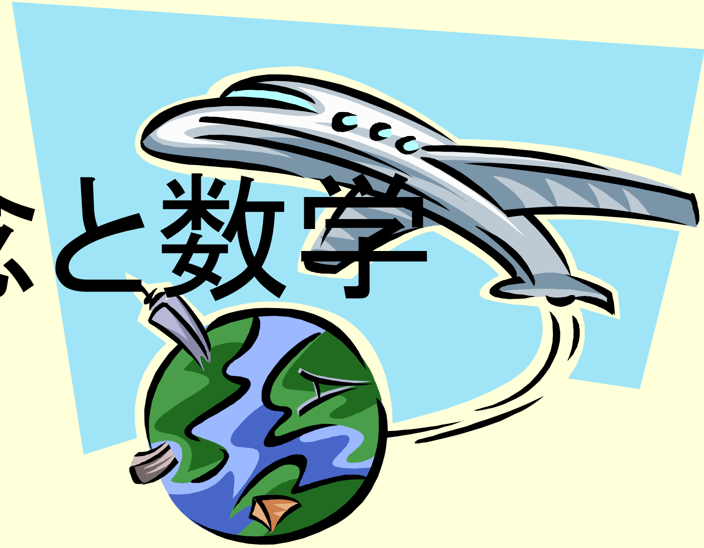
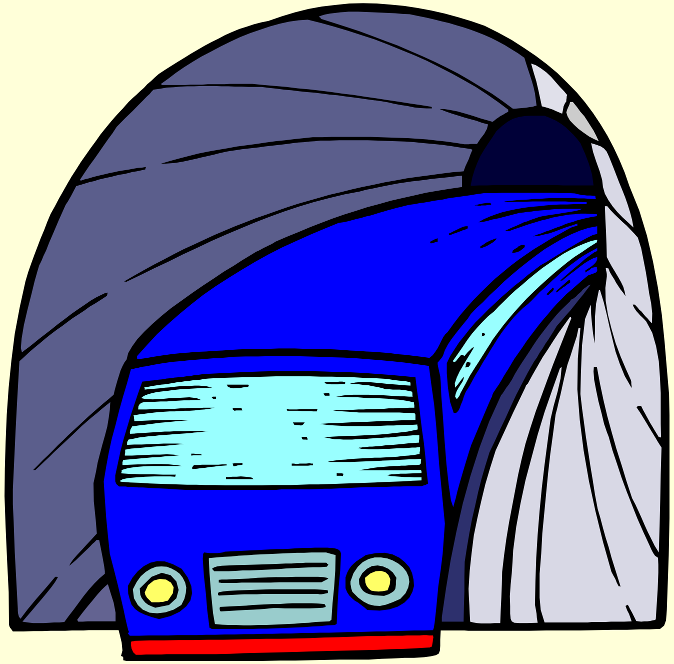
第1章　運動の概念と数学



速度・加速度



運動の表し方

ものはなぜ落ちる？

そんなことは当たり前....本当？　なぜ？

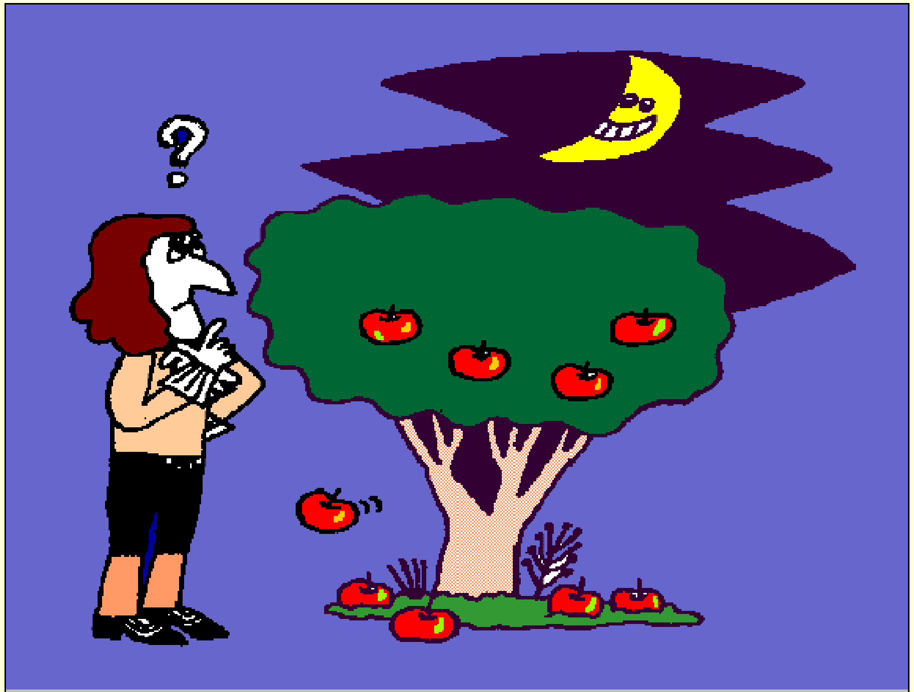
物は下に落ちる　←　事実だ！

なぜ？　→重いから？→重い物ほど速く落ちる？

→高い所にあるから？→月はなぜ落ちない？

Newtonの命題

「林檎は落ちるのになぜ月は落ちないのか？」



Newton&Apple.pic

Newton以前の考え

- 古代ギリシャのAristotle（BC384－332）
  運動の速さは力に比例し，力がないと
  停止重いものほど早く落ちる


Aristotle.pic

- 「羽根」と「石」ではたしかに重い石が早く落ちる！
  でも．．．と，Galileo（1564－1642）は考えた。
  それは抵抗によるためで，本質ではない。

実験で検証をしよう！→ピサの斜塔

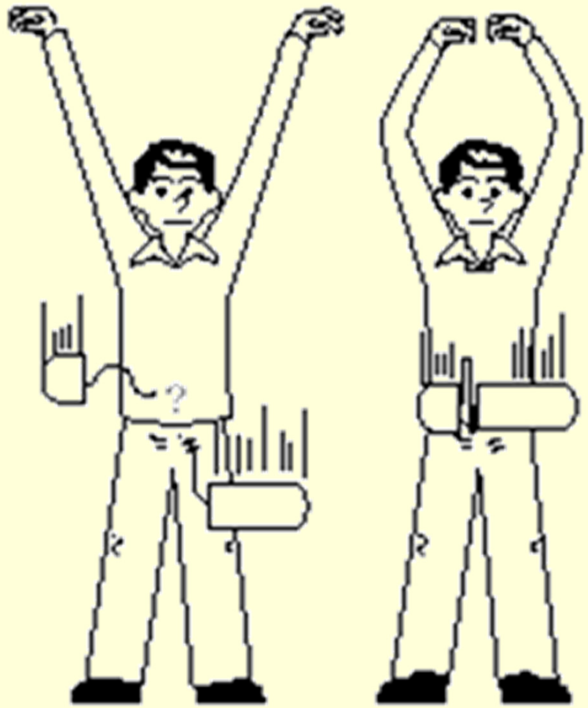
Galileoの実験

物はどのように落下するか？

重いものと軽いものは？


Galileo2.pic

重いボールと軽いボールの実験



二つを細い糸で結んで実験したら？

重いものが速く落ちるのなら，糸が切れる！・・・はず？

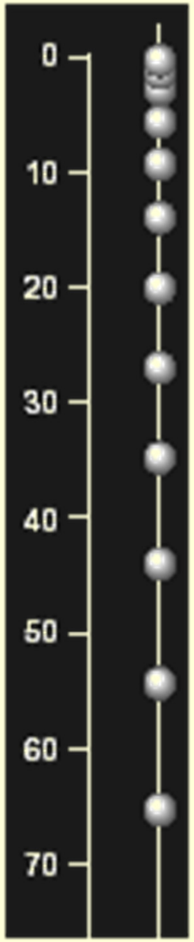
落下実験

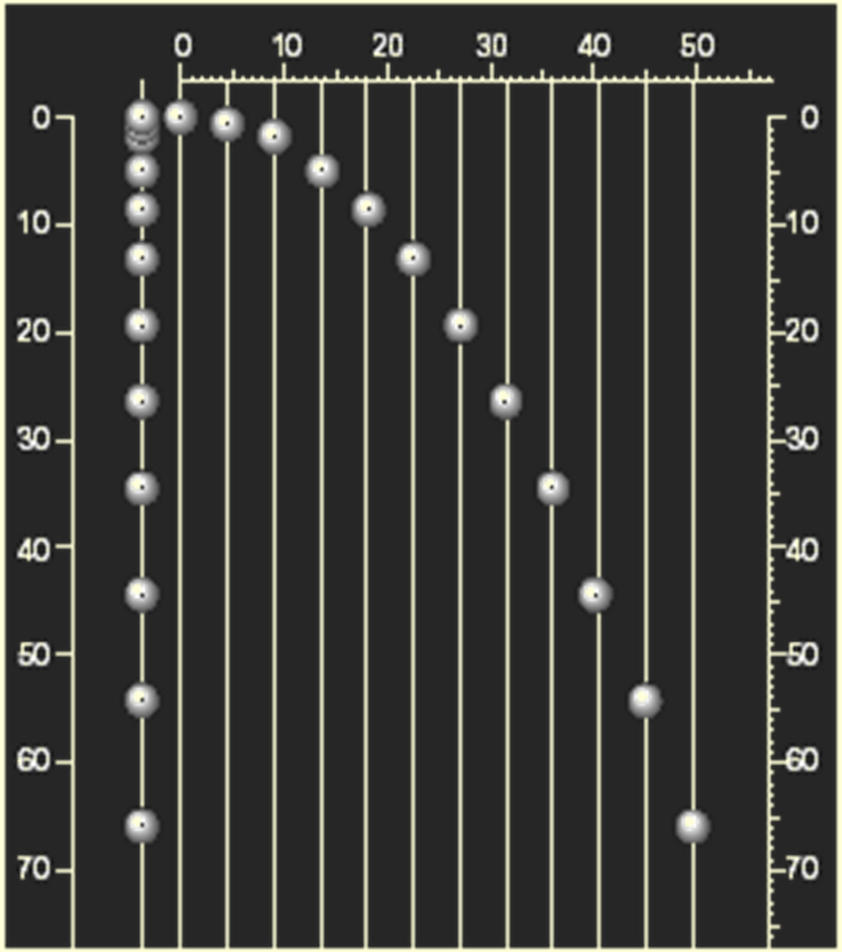
等間隔で光を当てて映したストロボ写真を撮る。

重いもの

軽いもの

落下は同時！





落下スピードは段々速くなっている。

スピード＝距離÷時間

$$v = h \div t$$

実験のまとめ

重いものも軽いもの：　同時に落下

落下スピードは重さに無関係

落下とともに速くなる

実験から わかったこと

- 落下スピードはどのように変化しているだろうか？
- 物は，なぜ（Why）下に落ちるのか？

⇒まず，どうように(How)落下しているかを考えてみる。

（1）落下スピードには重さが関係しない

（2）落下スピードはだんだん速くなる。

$$v \propto t$$

でも，落下はあまりに速すぎて，正確に測れない！

何か工夫できないか？

Galileoの斜面の運動実験

Galileoのアイデア

- 斜面を利用して運動を遅くする

  ⇒正確に観測

- 速度計（スピードガン）がない

⇒時間tとスピードvの関係を，時間tと距離hの関係に置き換える

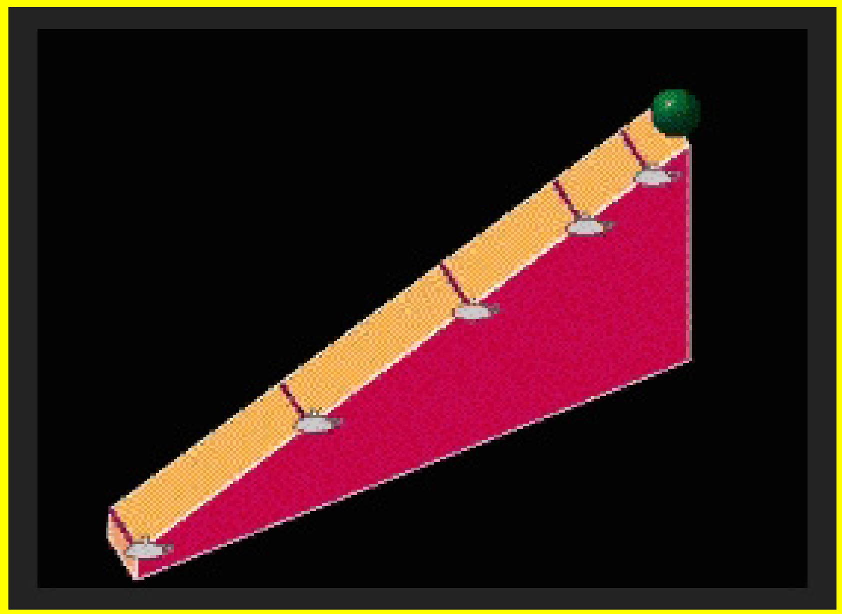
[距離]＝[スピード]×[時間]

$$h = v \times t$$

$$v \propto t$$

$$\boxed{h \propto t^2}$$

斜面の実験



１秒毎の進む距離は，１，３，５，７

⇒スタート地点からの距離にすると，１，４，９，１６，２５・・・

斜面では $h \propto t^2$ になった！

傾斜角を増しても同じ

角度90°でもOK!

真下に落下時も成立

落体の法則

高い所から静かに落下させると

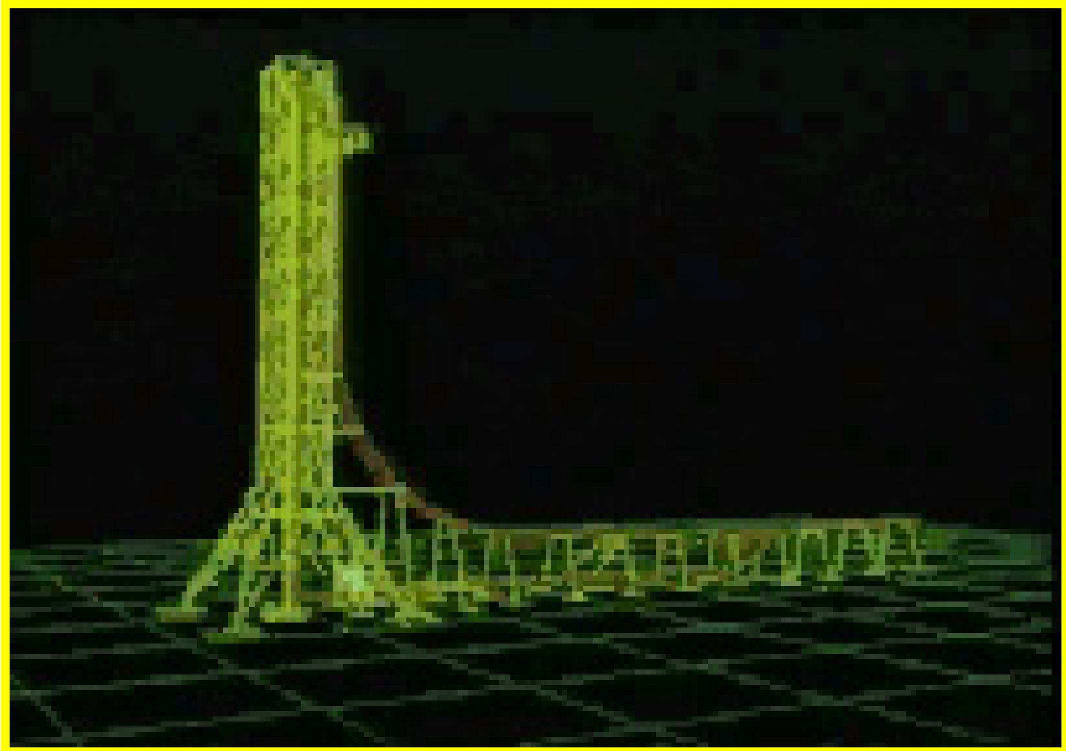
実験から，

$$v = g\,t$$

$$h = \frac{1}{2} g\,t^2$$

観察⇒ひらめき⇒検証

（研究のプロトタイプ）



注意点

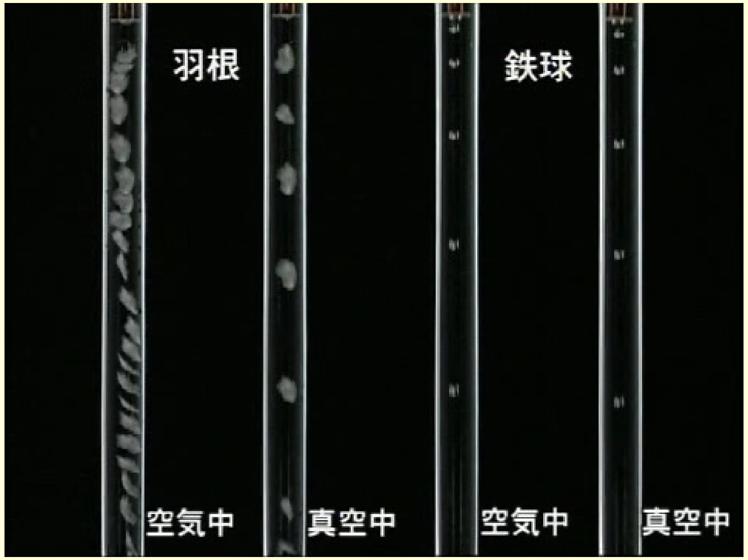
上の式に質量mがない ⇒ 質量によらない！

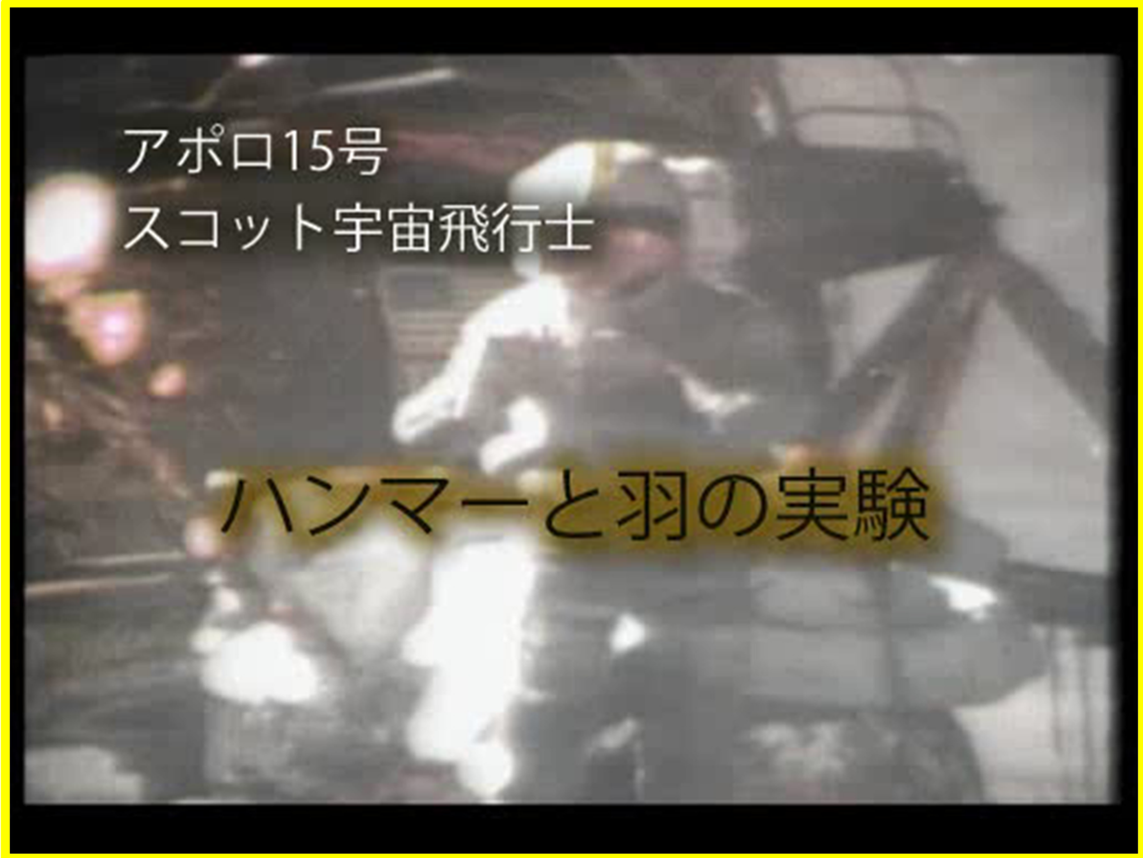
でも･･･現実には抵抗があるはず･･･

空気による抵抗がないとき（真空）の実験

羽根とボールは本当に同時に落ちるか？

ガラス柱の中の空気（酸素分子と窒素分子）をポンプで排気して真空にしてみます。

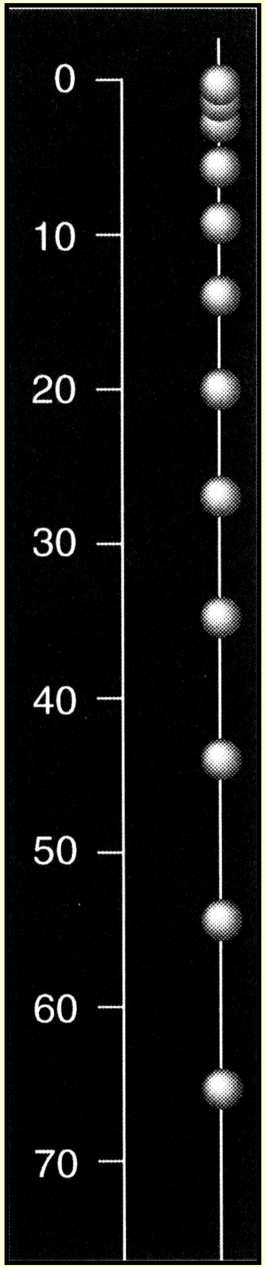




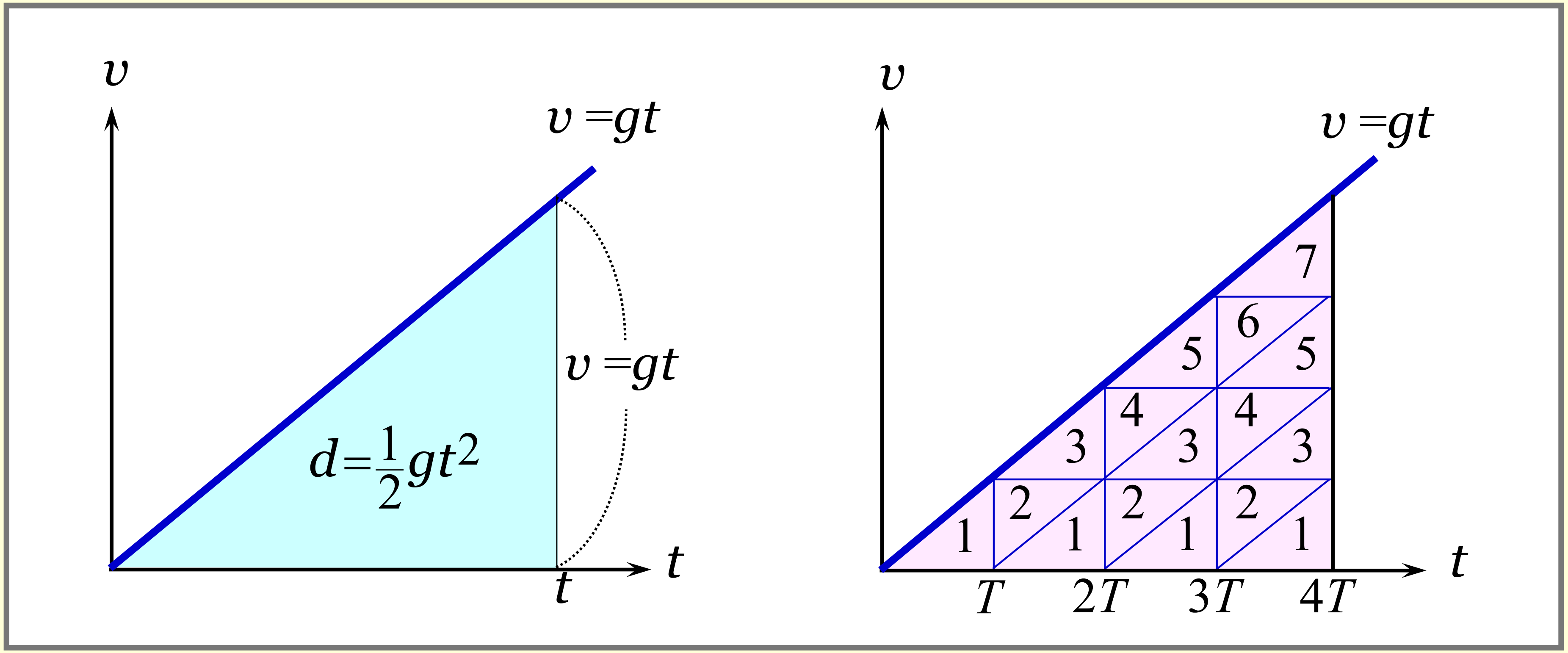
重力加速度

◆ つかんでいた石は手を開くと真下に落下し，この状態を**自由落下**という。
◆ 空気抵抗のない真空中では、同じ高さから落とした鳥の羽根と鉄球が同時に着地する。
◆ 同じ大きさのボールと鉄球では，空気抵抗も同じなので同じスピードで落下する。
◆ 一定時間（1/30秒）ごとに光をあてた自由落下の球をみると，落下距離の比は，**1：3：5：7：9：･･･　の割合で増加**する。
◆ この自由落下運動は毎秒9.8[m/s]ずつスピードが増加し，これを加速度運動という。実験によると，**あらゆる物体の落下運動の加速度は一定で，大きさは9.8[m/s²]である**。この加速度を**重力加速度**といい，記号「g」で表す。

$g = 9.8\ \mathrm{m/s^2}$　　g ：gravity（重力）



自由落下における落下距離と時間の関係



図は初速0の自由落下運動における t 秒後の物体のスピード v と落下距離 d の関係を表している。いま，落下距離を d とすると，d は底辺の時間 t と高さ gt による三角形の面積となる。

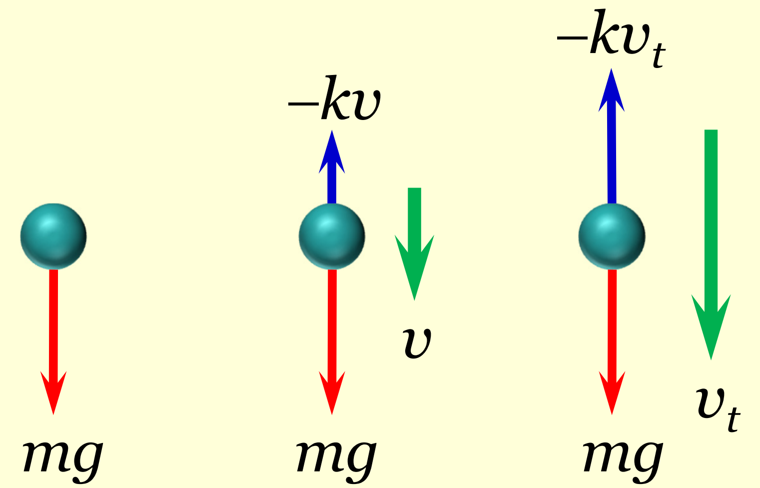
$$\boxed{v=gt}$$

$$\boxed{d=\frac{1}{2}gt^2}$$

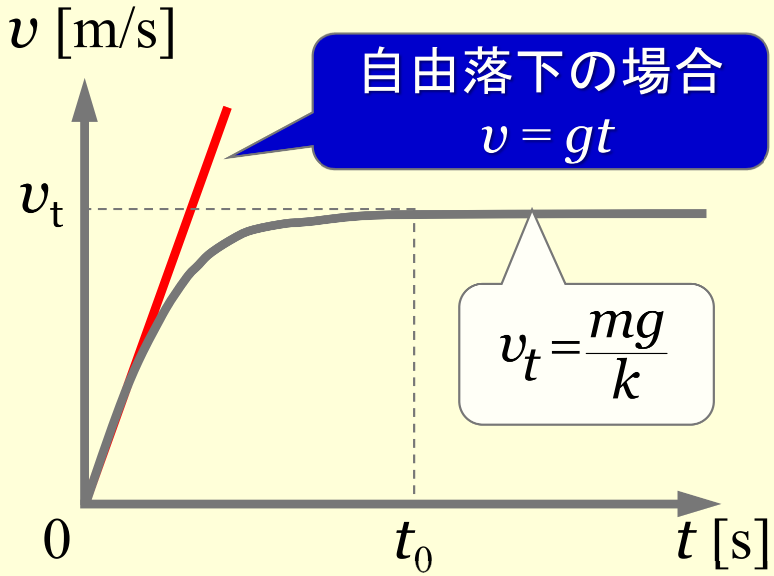
例題

地上1kmで生じた雨粒が静かに落下を始めた。落下の法則に従うと，地上でのスピードは？

空気の抵抗を考える



	自由落下		等速度運動
スピード	$v = gt$	$0 < v < v_t$	$v = v_t$
加速度	$a = g$	$g > a > 0$	$a = 0$



抵抗のある落下運動 vーt 曲線

空気により，雨粒はスピード(v)に比例した抵抗力を受ける。

落下中に，

落下させようとする力($m\,g$) = 摩擦力($k\,v$)

$$m\,g = k\,v_t$$

となるときがある。このとき， $v_t = m\,g\,/\,k$ となる。

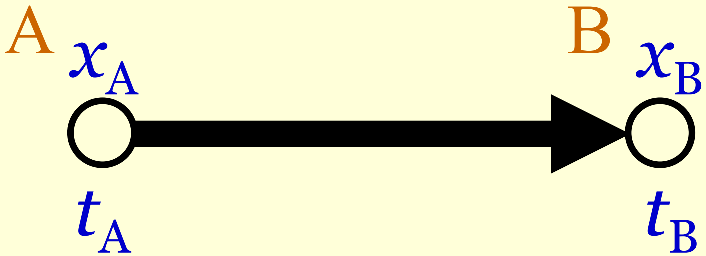
実際の値で計算すると， $v_t = 8.9$ [m/s]（100mを11.2秒）

直線上の運動　ースピードー

スピード

[スピード] = [進んだ距離] ÷ [かかった時間]

時刻 t_A に直線上のA点(x_A)から出発し，時刻 t_B にB点(x_B)へ到着したときのスピード v は，



$$\boxed{v = \frac{x_B - x_A}{t_B - t_A}}$$

平均スピード

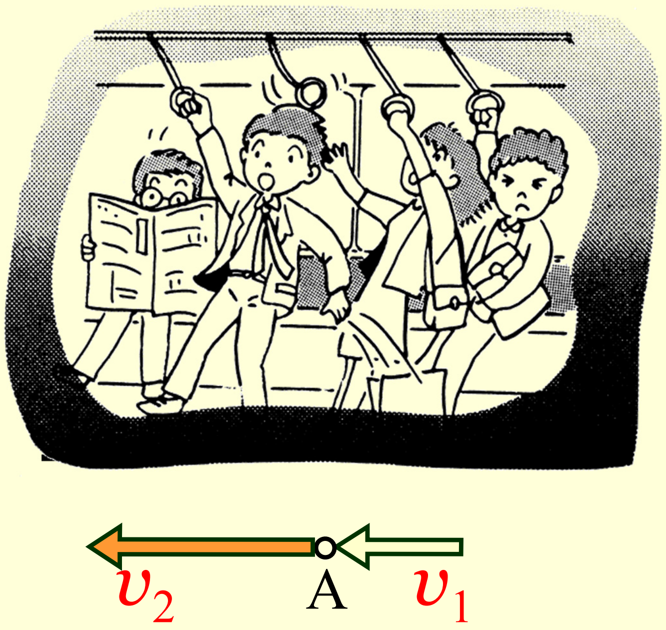
でも，時間が長いと不正確！そこで，短い時間 Δt で考えると，その間の位置の変化は$\Delta x = x_B - x_A$で表せる。

$$\boxed{v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}}$$

数学の微分：瞬間スピード

直線上の運動　ー加速度ー

走ってる乗り物が急にスピードを上げたり下げたりしたときにスピードの変化を感じる。この速度の変化を**加速度**という。



[加速度]
＝[スピードの変化]÷[かかった時間]

時刻 t_Aでスピードv_Aから加速して，時刻 t_Bでv_Bへ変化したときの平均の加速度 a は，

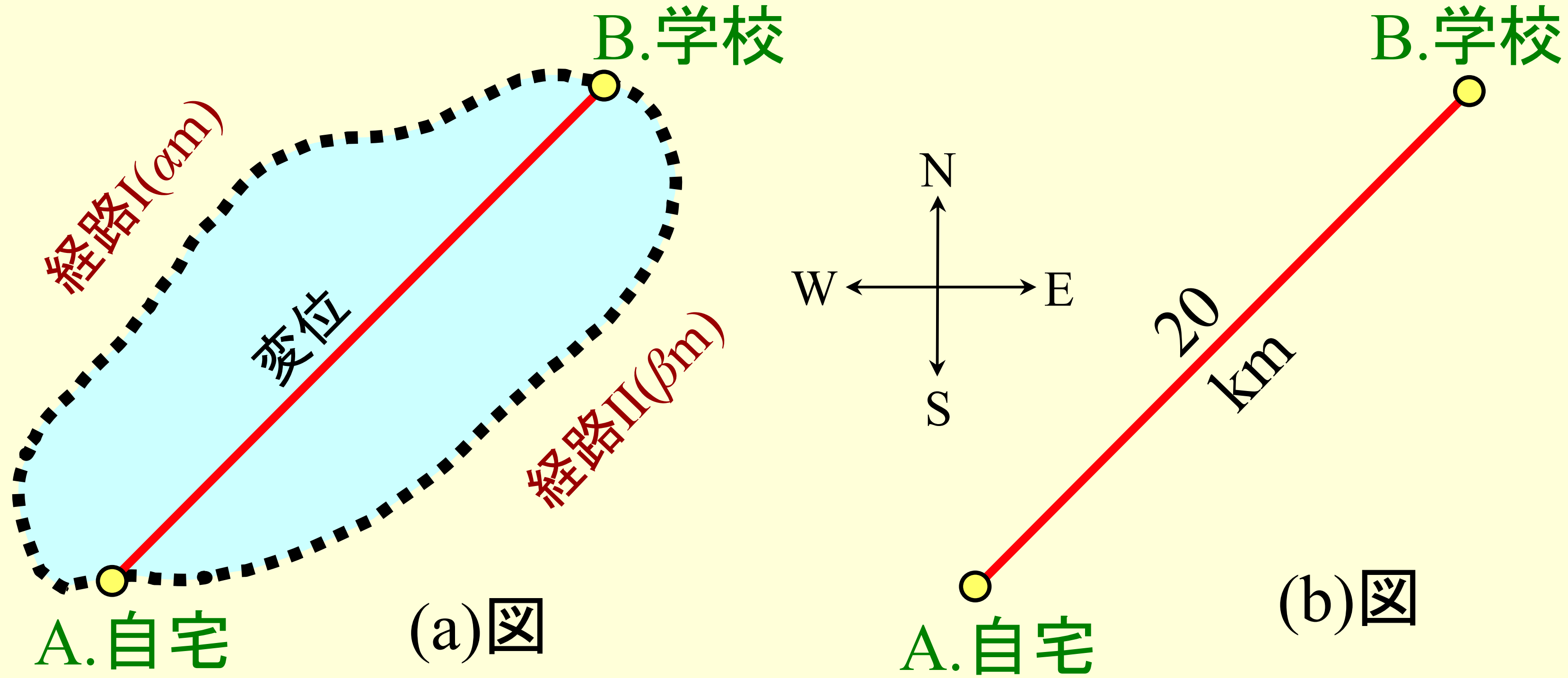
$$\boxed{a=\frac{v_B-v_A}{t_B-t_A}}$$

スピードと同じように瞬間の加速度は，

$$\boxed{a=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\left(=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\right)}$$

となる。

距離と変位



A地点にある自宅からB地点にある学校まで行くには，(a)図から経路IとIIのあることが分かる。その**経路の長さα，βを距離**という。

一方，(b)図のように，始点と終点を結んだAB２点間の**直線距離に向きを加えたものを変位**という。

距離と変位の違いは，**向きを考えるかどうか**にある。

ベクトル量とスカラー量

スカラー量

（大きさだけを対象とした量がスカラー量）

距離，スピード，質量，時間，温度，他

ベクトル量

（大きさと向きの両方を持った量がベクトル量）

変位，速度，加速度，重量，力，他

「時間」は三次元においてスカラー量であるが，四次元では空間を加えてベクトル量になる。

微分と積分　（使うと便利）

微分と積分は逆の関係

微分は傾き(接線)

積分は面積

v と t のグラフ

- 速度が一定の場合

加速度 $= 0$ ⇨ 傾き

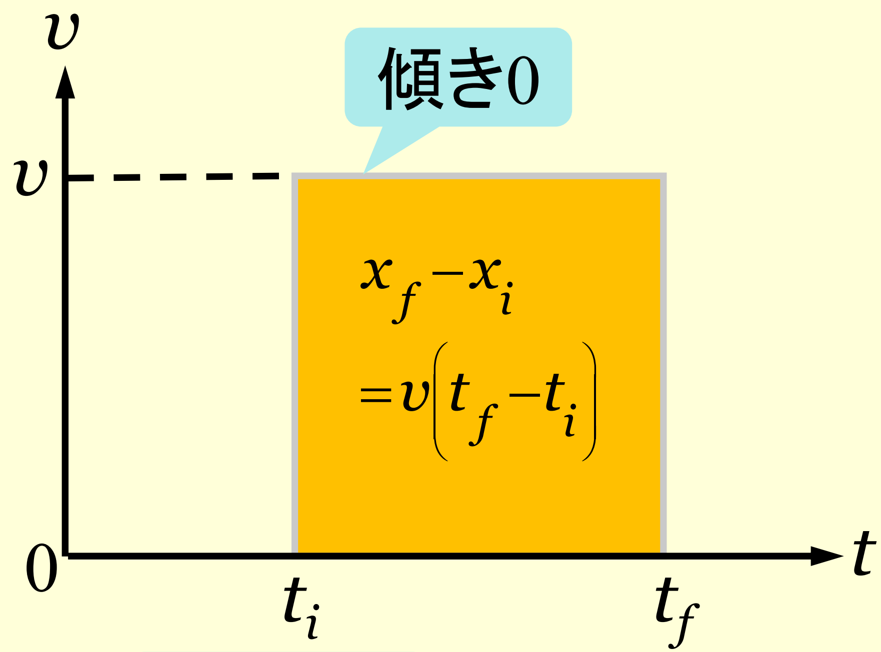
距離 $=$ 速度 $\times$ 時間 ⇨ 面積

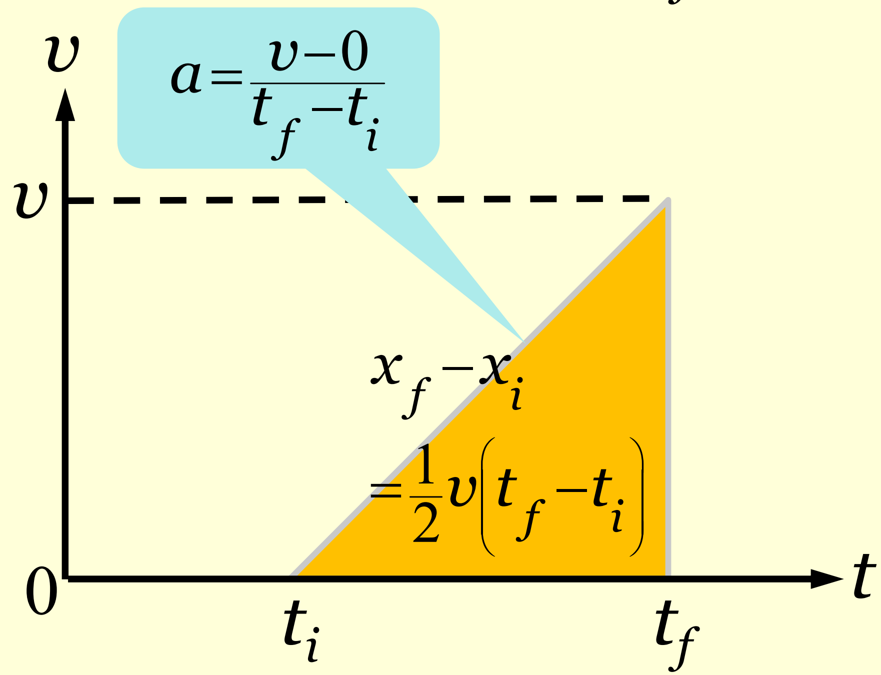
- 速度が変化する場合

加速度 $=$ 速度変化 $\div$ 時間

⇨ 傾き

距離 $= \cdots$? ⇨ 面積





変位，速度，加速度の関係

距離ー（微分）→速度

速度ー（微分）→加速度

$$\boxed{v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}}$$

$$\boxed{a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}}$$

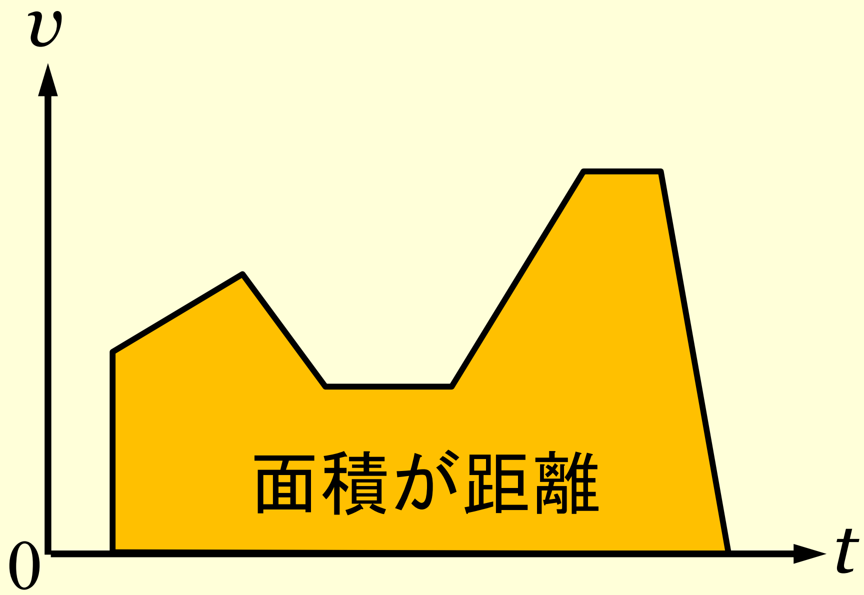
加速度ー（積分）→速度

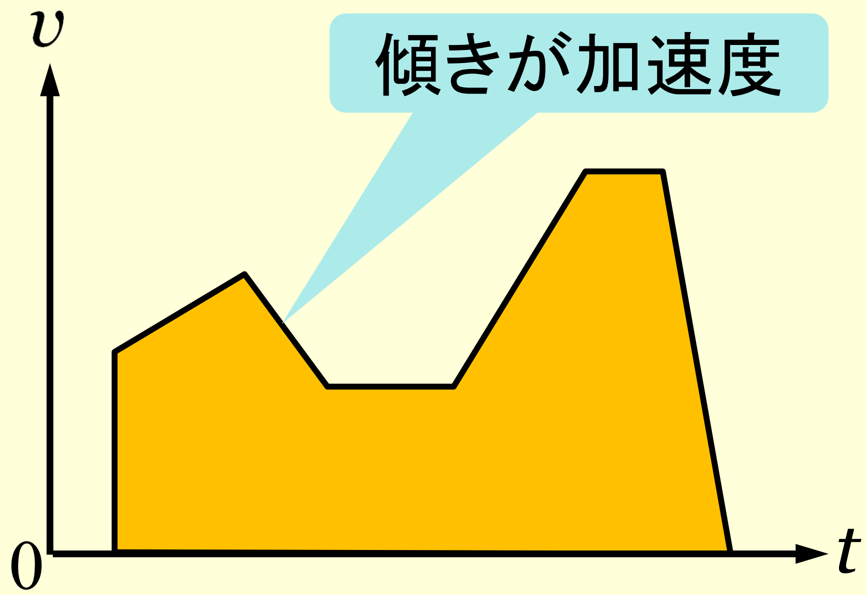
速度ー（積分）→距離

$$\boxed{v=\int a\mathrm{d}t}$$

$$\boxed{x=\int v\mathrm{d}t=\iint a\mathrm{d}t\mathrm{d}t}$$

$v-t$ 線図



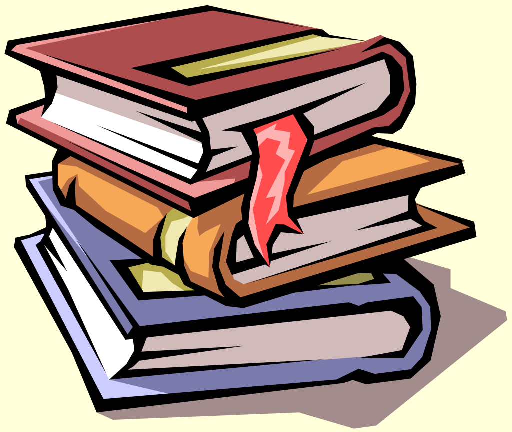


物理量の表し方

1–14～1–25

自然科学実験等で必要となるので，

自習しておくと良い！



単位

単位は、自然現象における物理的特性の基本量を表し，「いつ」「どこで」「どれだけ」といった，時間・空間・物質の量の基本的な概念を表している。

メートル単位系は多くの分野で普及しており，以下の青色を基本単位（MKS単位系）としている。これをもとに現代化したメートル単位系として国際単位系（SI単位系;仏略語)は 赤色を加えた7つの単位となる。

長さ（メートル[m]），質量（キログラム[kg]），時間（秒[s]）

電流（アンペア[A]），温度（ケルビン[K]），物質量（モル[mol]），

光度（カンデラ[cd]）

組立単位と補助単位

組立単位

基本単位から誘導された量の単位をさす。

面積[m²], 体積[m³], 密度[kg/m³]　など

補助単位

次元のない単位で角度を表すために用いる

平面角を表すラジアン[rad]

立体角を表すステラジアン[sr]

固有名称をもつ組立単位

量	名称	記号	定義
周波数	ヘルツ	Hz	s^{-1}
力	ニュートン	N	kg×m/s^2
圧力，応力	パスカル	Pa	N/m^2
エネルギ，仕事，熱量	ジュール	J	N×m
仕事率	ワット	W	J/s
電気量，電荷	クーロン	C	A×s
電圧，電位	ボルト	V	W/A
静電容量，キャパシタンス	ファラド	F	C/V
電気抵抗	オーム	Ω	V/A
磁束	ウェーバ	Wb	V×s
磁束密度	テスラ	T	Wb/m^2
インダクタンス	ヘンリー	H	Wb/A
光束	ルーメン	lm	cd×sr
照度	ルクス	lx	lm/m^2

SI単位系に対する接頭語

　非常に大きいかまたは小さい値を簡潔に表すには，10の整数乗を用いて表す。例えば，

$$0.00042 = 4.2 \times 10^{-4}$$

$$6208000000 = 6.208 \times 10^{9}$$

のように指数で表示すればよい。

⇩

　見たり聞いたりする時にすぐ分かるように，また他の量と間違えないように，この10の整数乗を文字に置き換え，単位の頭に付けたものを接頭語という。

接頭語の名称と記号

10のべき、あるいは指数を表す接頭語 (名称と記号)

倍数	接頭語	記号	倍数	接頭語	記号
10^{12}	テラ	T	10^{-1}	デシ	d
10^{9}	ギガ	G	10^{-2}	センチ	c
10^{6}	メガ	M	10^{-3}	ミリ	m
10^{3}	キロ	k	10^{-6}	マイクロ	μ
10^{2}	ヘクト	h	10^{-9}	ナノ	n
10^{1}	デカ	da	10^{-12}	ピコ	p

「長さ」を参考例として上記の接頭語を用いると，以下のように表すことができる。

1 [km] = 10^{3} [m] = 1000 [m]
1 [cm] = 10^{-2} [m] = 0.01 [m]
1 [mm] = 10^{-3} [m] = 0.001 [m]
1 [nm] = 10^{-9} [m] = 0.001 [μm] = 0.000000001 [m]

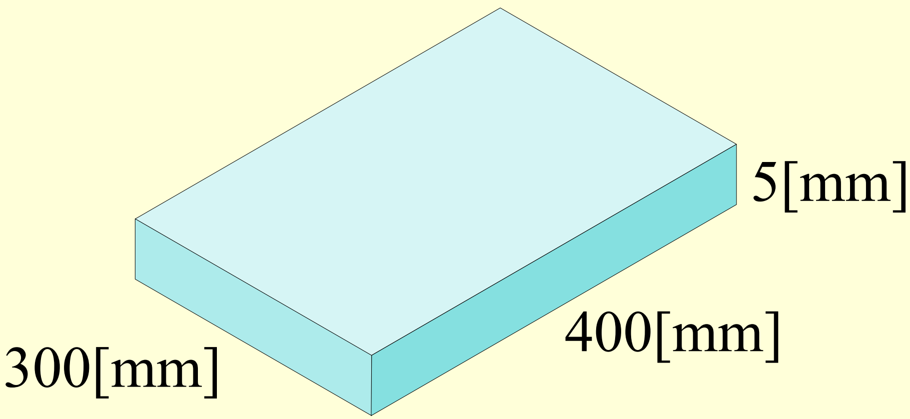
有効数字

　複数の量を測ったり，比較したり，またはいくつもの数値を利用する場合には，それぞれの数値の桁数のバランスを考えなければならない。

　例えば，幅W=300[mm]，奥行きD=400[mm]，高さH=5[mm]の箱があったとする。この箱の体積Vは，

$$V = W \times D \times H = 600{,}000[\mathrm{mm}^3]$$

となる。



ところが，もし最小桁に読み取り誤差が1あったとしたら・・・

有効数字

一番下の桁が1だけ違っていたとすると，それによる体積の変化（振れ幅）は，

$$\begin{array}{lrrrcr} W & 1\times & 400 & \times 5 & = & 2{,}000[\mathrm{mm}^3] \\ D & 300 & \times 1 & \times 5 & = & 1{,}500[\mathrm{mm}^3] \\ H & 300\times & 400 & \times 1 & = & 120{,}000[\mathrm{mm}^3] \end{array}$$

となる。

すなわち，与えられた3つの数値からは6桁もの確かな数値は出てこない。かけ算の中の1桁の数値が怪しい。バランスを良くするには，1桁の数値をできるだけ努力して3桁に近づける。「5.12」のように1/100[mm]まで得ると，*H*の振れ幅は1,200[mm^3]になる。

数字として意味を持つ桁数の数を有効数字と呼ぶ

「600,000mm^3」 → 「6.00×10^{5}mm^3」(有効数字3桁)

誤差

測定結果や計算結果を数値で表示するとき，どこまでの桁を求めたか？　もしくは必要とするか？　を明らかとしなければならない。
「21.4mm」は0.1mmの桁に，「21mm」は1mmの桁に誤差がある。
一般的に，有効数字を明らかとするために数値は以下のように示す。

$\#.\#\# \times 10^{\#\#}$ [mm]

###.# [mm]

また，読みとり誤差を明記する場合は，

$\#.\#\#\ (\#) \times 10^{\#\#}$ [mm]

###.# (#) [mm]

先の21.4mmは，

$2.14(1) \times 10^{1}$[mm]

21.4(1)[mm]

と書く。

測定値（または中心値）が21.4mmで，誤差が±0.1mmであることを意味している。有効数字から，0.0050mは5.0×10^{-3} mと書く。100の桁まで読みとった場合，「12346000m」は「1.23460×10^{7} m」となる。

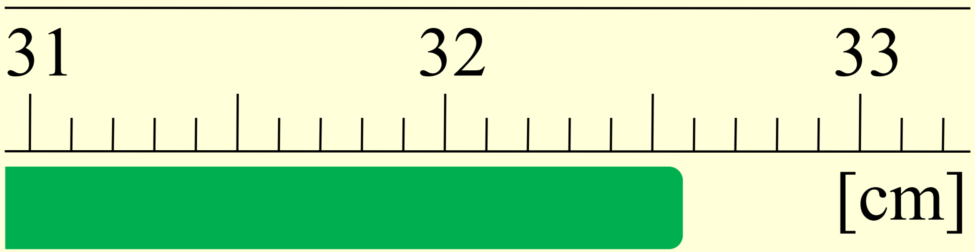
データの読み取り

計算結果の誤差を計算するためには，測定誤差を明確にする必要がある。一般的に，センサを用いて計測するときには，その最小目盛りの10分の1まで目測で読む。

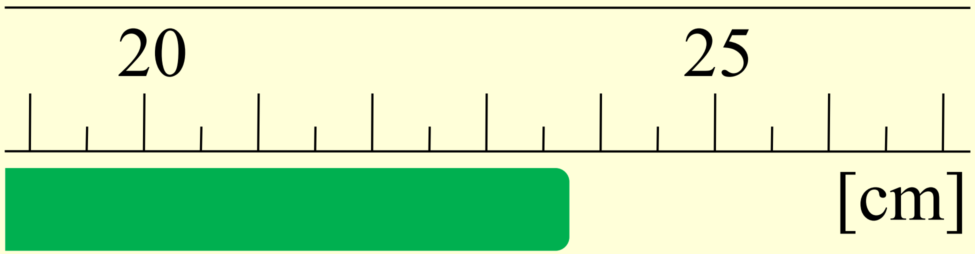
例えば，

最小目盛りが1[mm]の定規 → 0.1[mm]まで読む

最小目盛りが5[mm]の定規 → 0.5[mm]まで読む



最小目盛りは，0.1[cm]
32.5[cm]と目測で0.06[cm]
32.56(1)[cm]（325.6(1)[mm]）



最小目盛りは，0.5[cm]
23.5[cm]と目測で0.20[cm]
23.70(5)[cm]（237.0(5)[mm]）