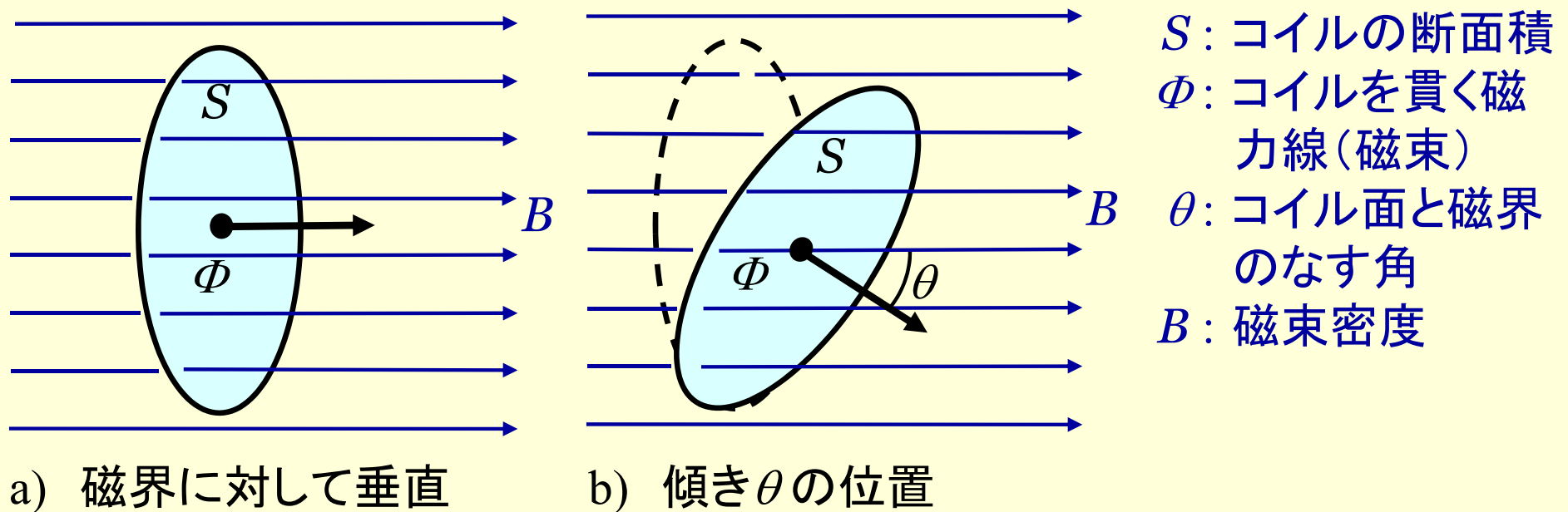


第4章 誘導起電力



磁界中のコイルと磁束(復習)



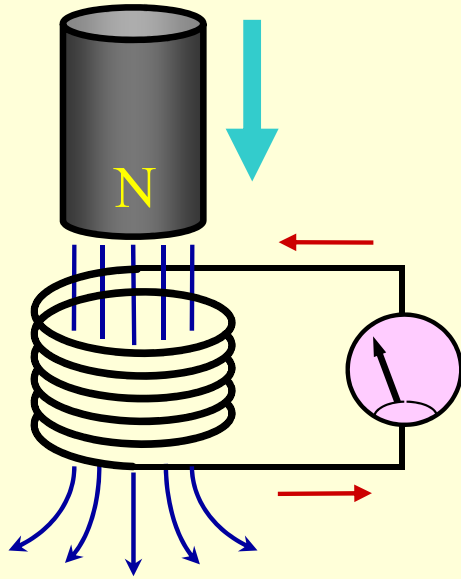
図a)のように、面積 S の1回巻きコイルを Φ の磁力線が貫くときを考える。このような磁力線の数をも**磁束(magnetic flux)**と呼び、[Wb(ウェーバー)]という単位で表す。また、**単位面積あたりの磁束**をも**磁束密度**といい B で表すと、 $\Phi = BS$ となる。一般的に磁界を表すときは、この磁束密度 B を用いる。

図b)のように、磁界 B に対してコイルが θ の角度を持つとき、 $\Phi = BS\cos\theta$ となる。

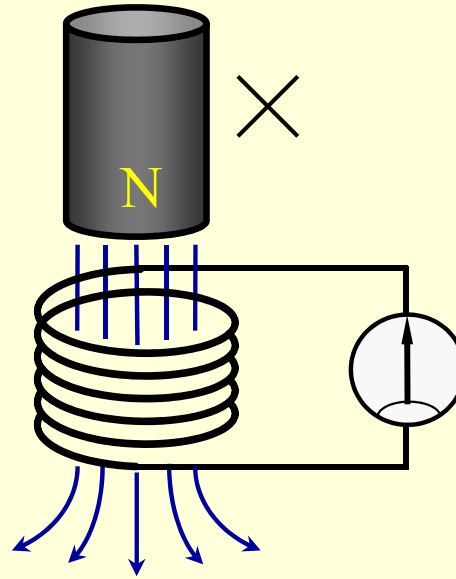
また、**磁界の強さを** H とすると、 $\Phi = \mu_0 SH$ となる。

磁石による電磁誘導

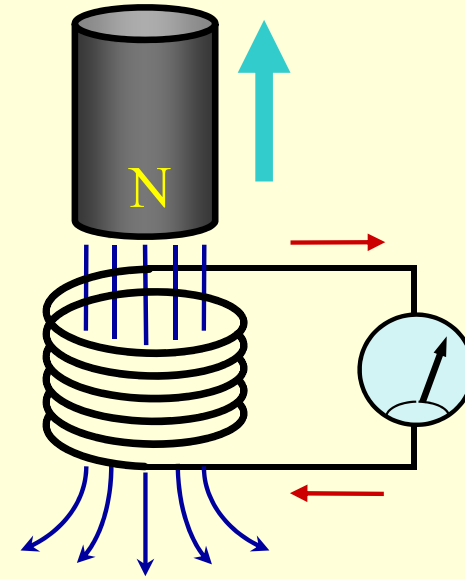
コイルと検流計を直列に接続し、磁石を1個用意する。



コイルに永久磁石を近づけると、検流計の針は一方へ動く。



永久磁石の動きを止めると、検流計の針の動きも止まる。



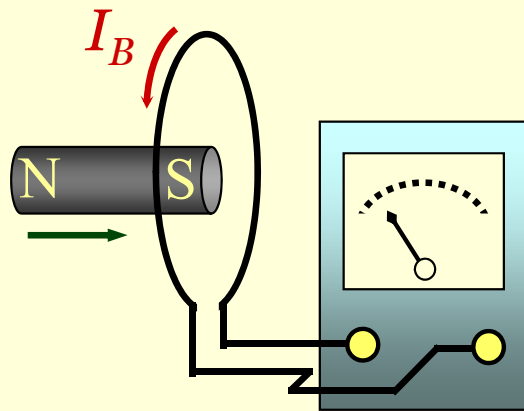
コイルから永久磁石を離すと、検流計の針は初めとは逆方向に動く。

永久磁石による磁界の変化を妨げるようにコイルに電流が流れる。

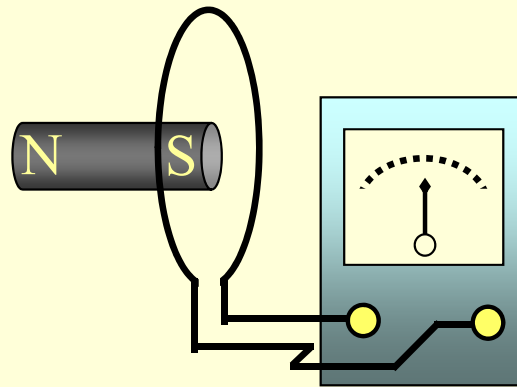
磁石による電磁誘導 (Faradayの実験)

コイルに電流計をつけて電流を計る。

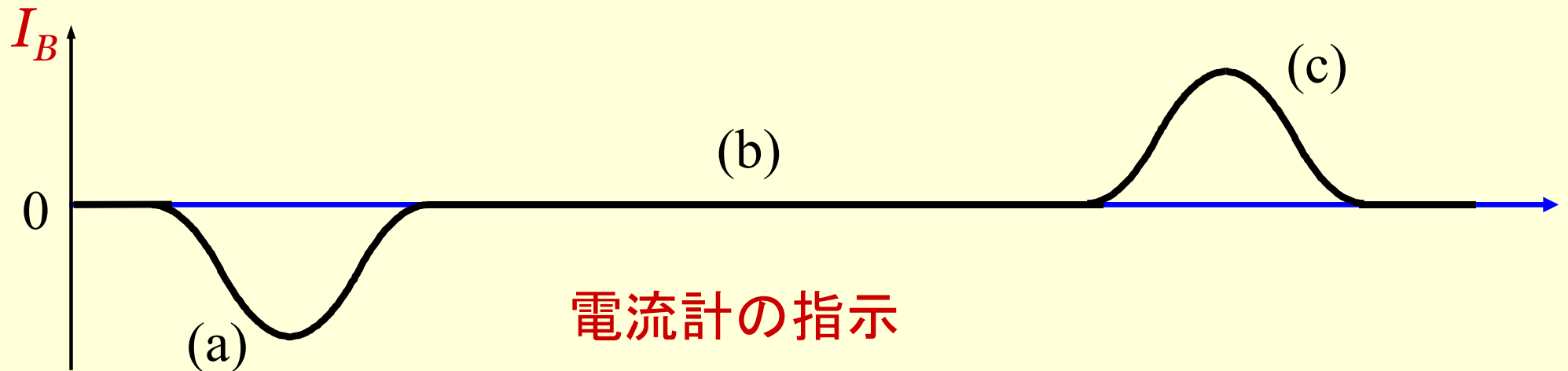
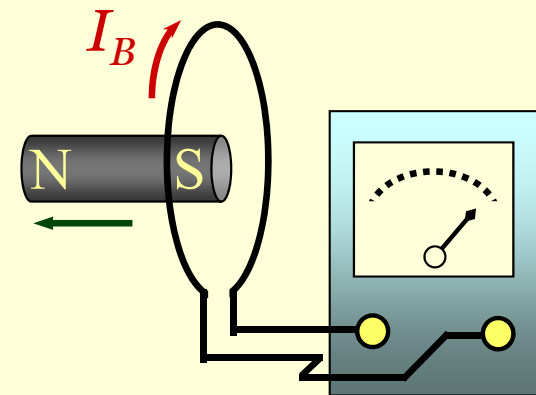
(a) 磁石を近づける



(b) 磁石を止める

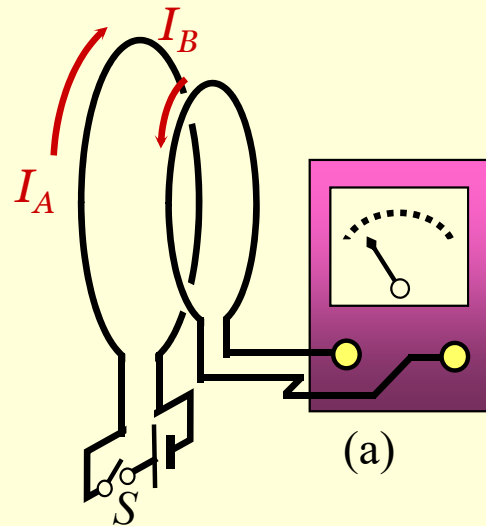


(c) 磁石を離す

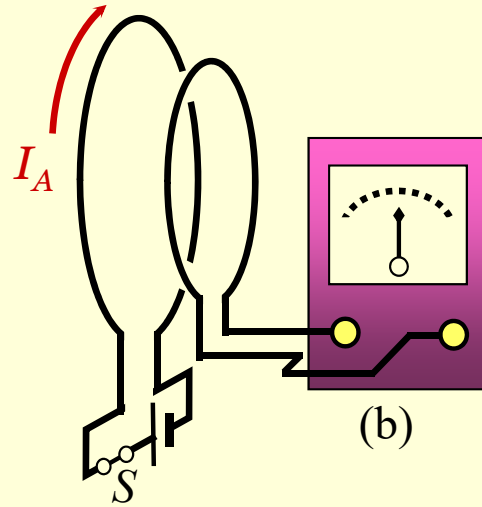


コイルによる電磁誘導 (Faradayの実験)

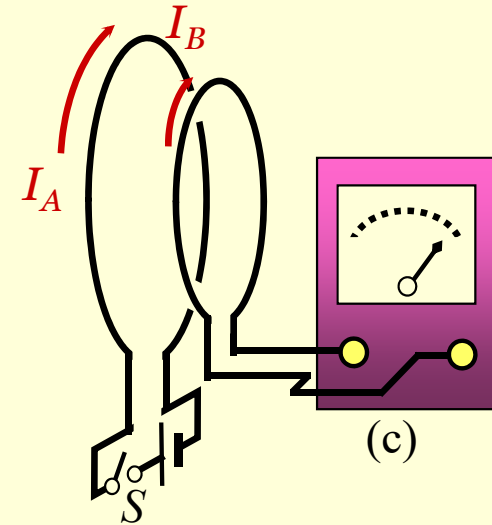
磁石を大きなコイルに変えて、電池とスイッチを用意する。



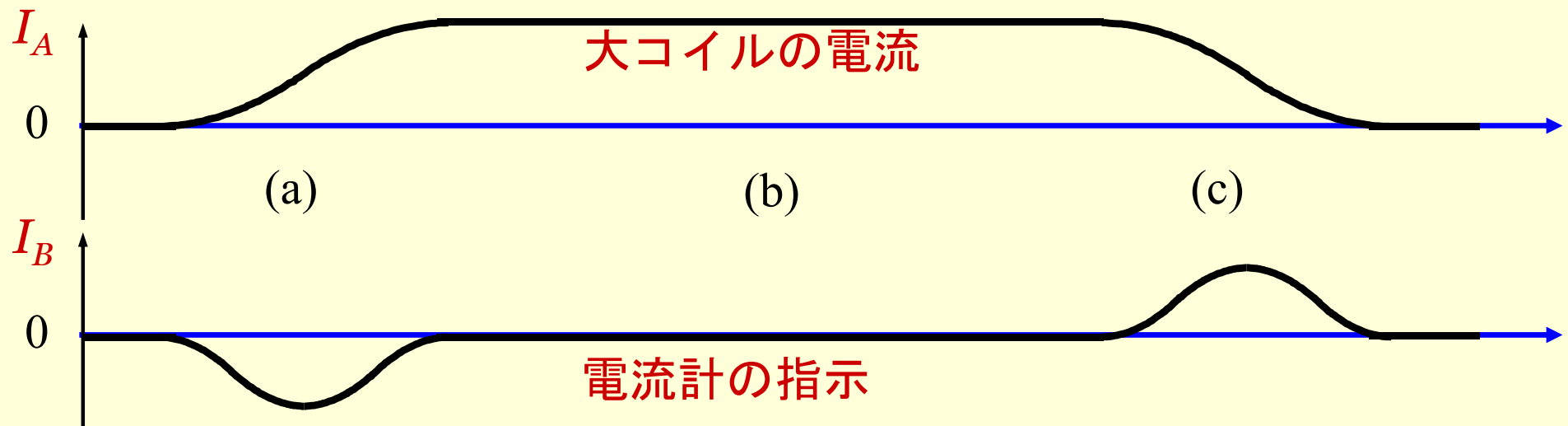
(a) SW-ON
電流 I_A が流れ始める



(b) SW-ON
電流 I_A が流れ続ける



(c) SW-OFF
電流 I_A を止める



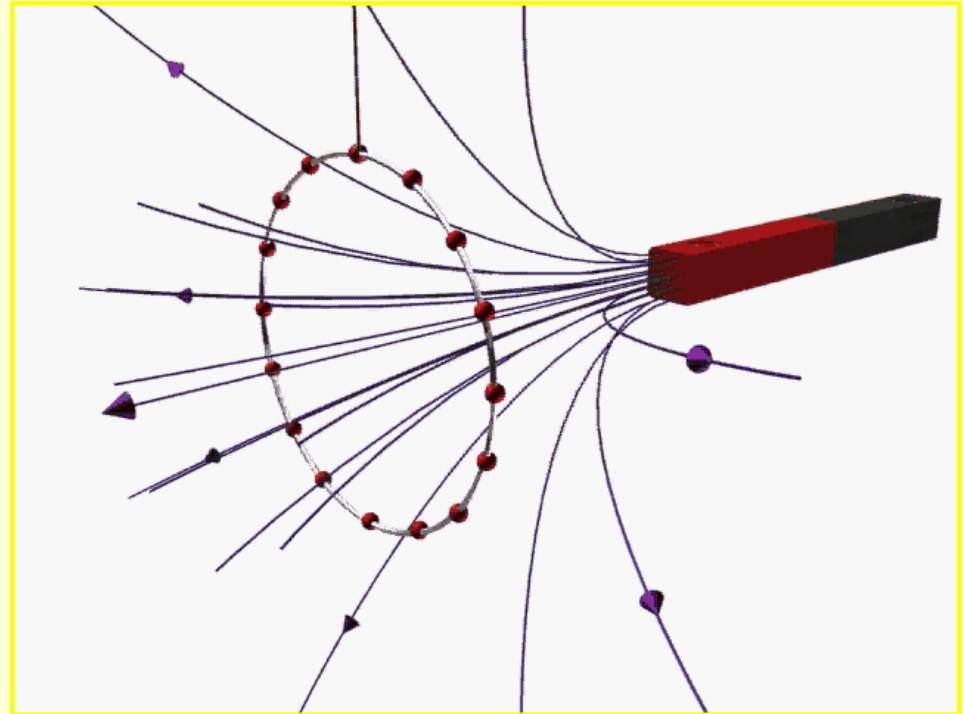
Lenzの法則

Faradayは電磁誘導に関する様々な実験から、「誘導起電力 V は、大きさが回路を貫く磁束 Φ 、すなわち回路を垂直に貫く磁力線の数 Φ の時間的変化の割合に比例する。」ことを発見した。これを**Faradayの法則** (1831)という。

同様に、Lenzは、「誘導起電力、したがって誘導電流は、それによって新しく生ずべき磁束が、もともとその回路を貫いている磁束 Φ の変化を妨げる向きに起こる。」ことを発見し、これを**Lenzの法則** (1834)という。これらを磁束 Φ 、時間 t 、誘導起電力 V を用いて表すと、

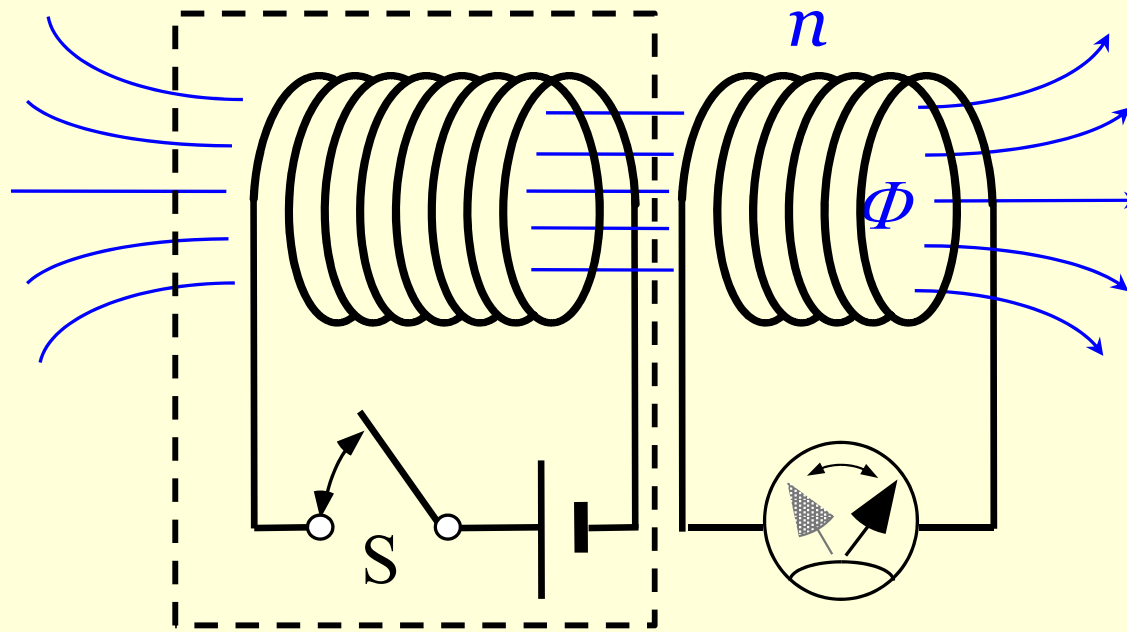
$$V = -k \frac{d\Phi}{dt}$$

となる。



MKSA単位系を用いて、誘導起電力 V [V]、磁束 Φ [Wb]、時間 t [s]を表すと、比例定数 $k = 1$ となる。

コイルによる誘導起電力



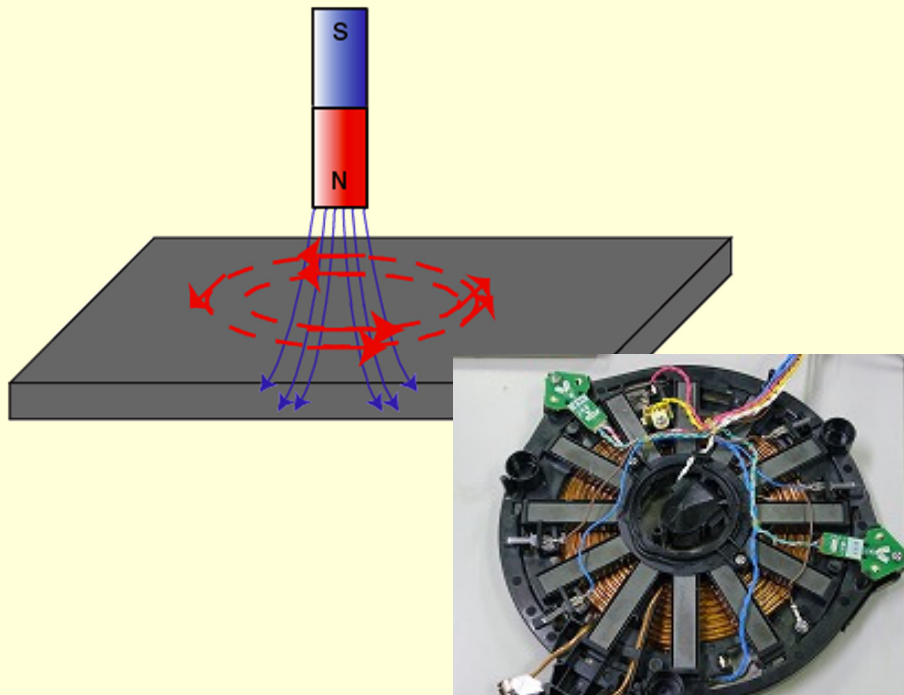
スイッチを入れたり切ったりすると、その速度に比例した電流がプラス、マイナス交互に電流計に表示される。コイル面を貫く磁束が変化するとコイルに誘導起電力 (induced electromotive force) が生じ、その結果電流が流れる。コイルの巻き数を n 、コイルを貫いた磁束を Φ とすると、誘導起電力 V は、

$$V = -n \frac{d\Phi}{dt}$$

となる。

導体板と磁界

導体板に磁石を近づけると、導体内に渦状に電流が流れる。これを渦電流という。導体には電気抵抗があるため、この電流によってジュール熱が発生する。このような加熱法を誘導加熱と呼び、これを利用したのが電磁調理器（IH: Induction Heater）である。

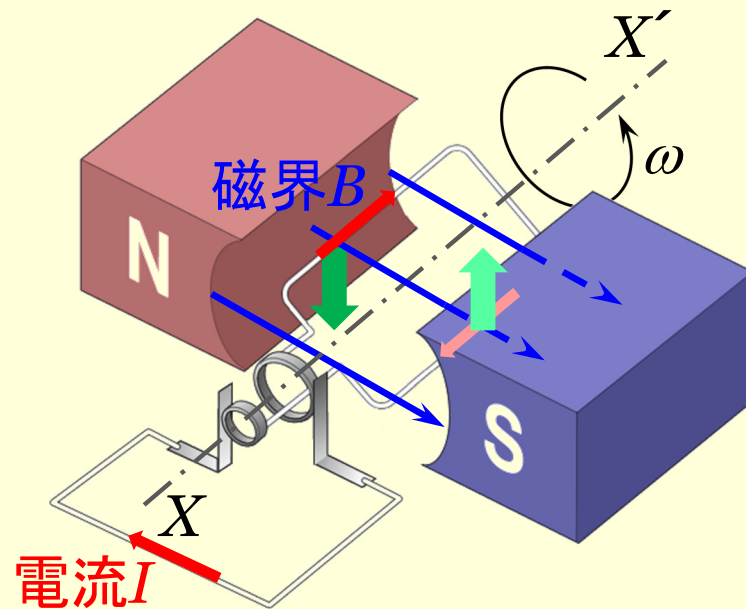


電磁調理器

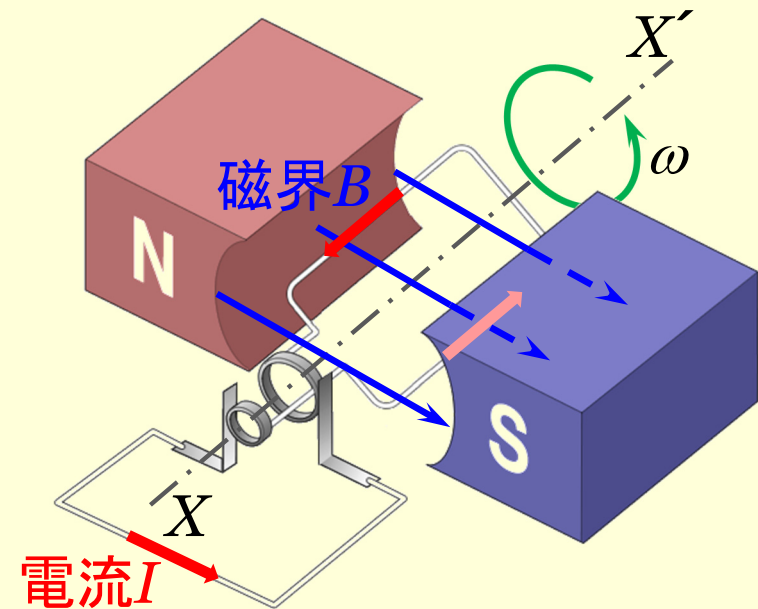
コイルに高周波（25kHz）の電流を流すと、コイルによって発生する磁界の変動により鉄やアルミの鍋に渦電流が発生し、中の食材を加熱することができる。



モーターと発電機



図のような長方形(面積 S)の導線に磁界の中で電流を流すと、導線にローレンツ力が働き、 XX' 軸を中心に回転する。これがモーターの原理となる。



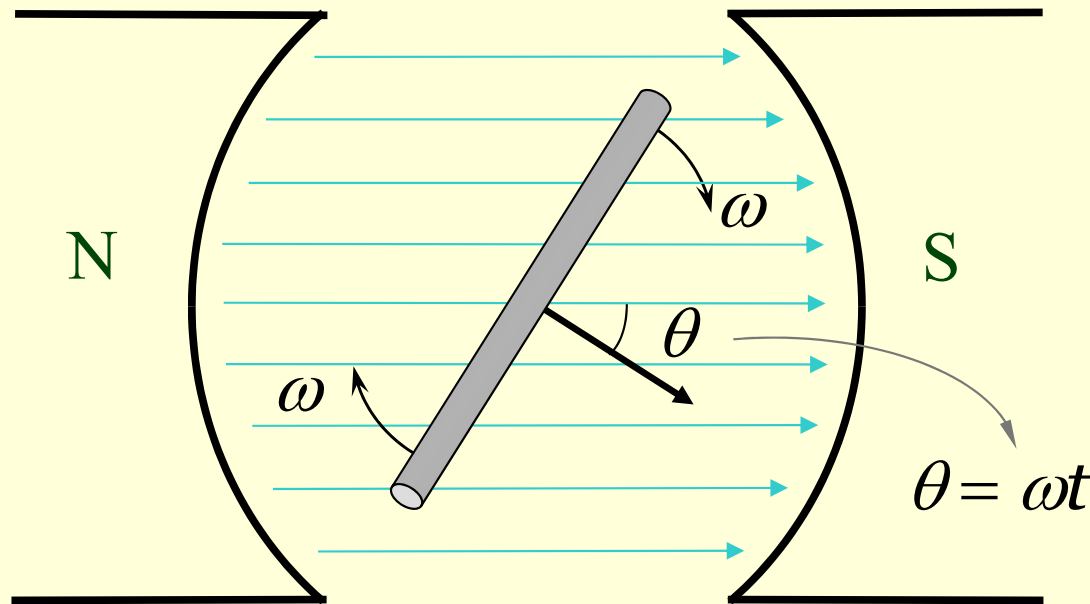
モーターの XX' 軸を中心に角速度 ω で矢印方向に回転させると、コイルの面を磁束 ϕ が貫く。この貫いた磁束がコイル内に起電力を生じる。コイルが回転するとき、コイルの法線と磁界 B のなす角度 θ は $\theta = \omega t$ となる。これはモーターの逆原理となり、発電機の基本構成となる。

磁界の中で回転するコイル

面積 S のコイルが一様な磁場内で角速度 ω で回転するとき、コイル面と磁束密度 B のなす角度を $\theta (= \omega t)$ とすると、コイルを貫く磁束 Φ は $\Phi = BScos\theta = BScos\omega t$ となり、電磁誘導からコイルに生じる誘導起電力 V_c は、

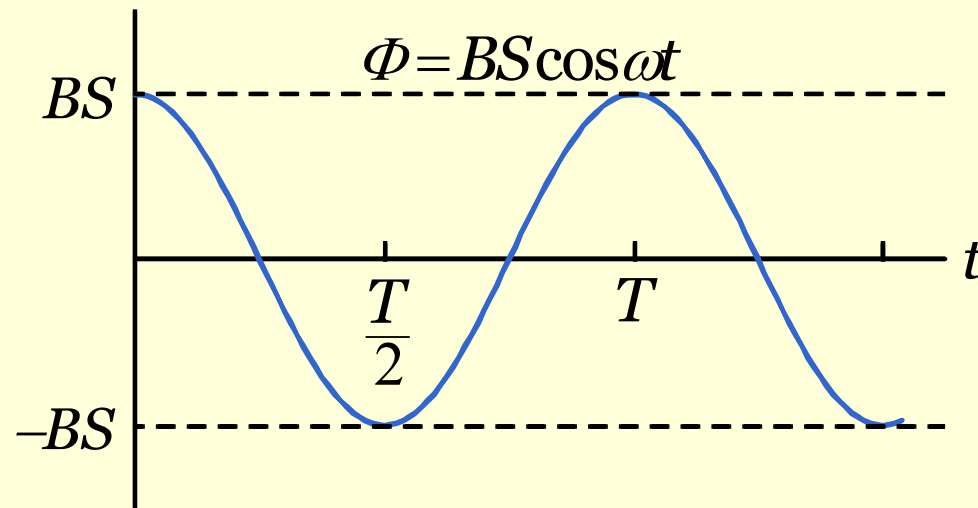
$$V_c = -\frac{d\Phi}{dt} = BS\omega \sin\omega t = V_0 \sin\omega t$$

となる。ただし、 V_0 は誘導起電力の最大値(振幅)である。



このようにコイルを使った発電では、時間の経過と共に方向が変わる電流が発生する。このような電流を交流という。

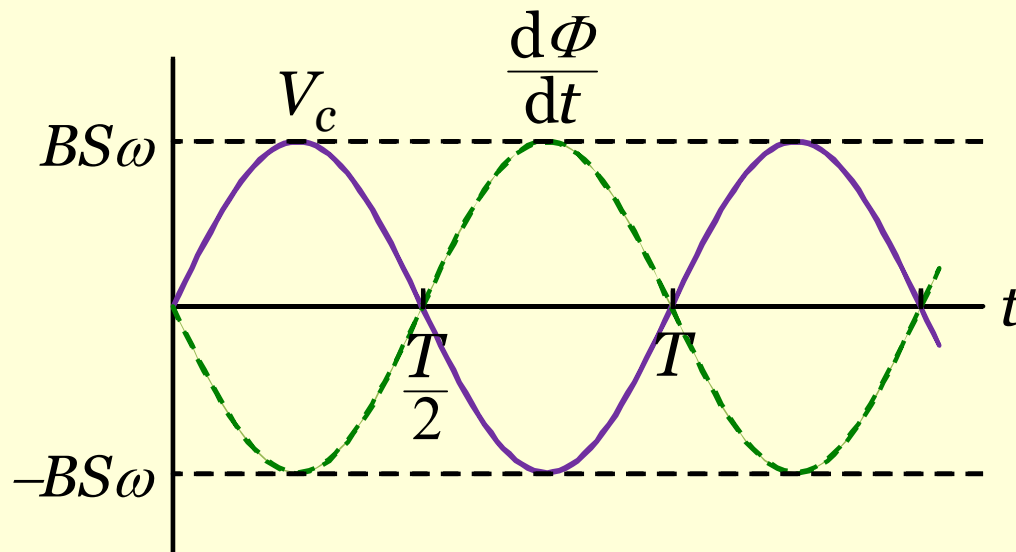
コイルの磁束と誘導起電力



a) コイルの磁束変化

図中の V_c の周期(cycle) T [s]、すなわち 0 (ゼロ)から0 (ゼロ)までの時間はコイルの回転周期に等しい。このときの1秒当たりの振動数を**周波数(frequency) f** といい、その単位をヘルツ[Hz]で表す。また、**角速度**(または角周波数) ω は、

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$



b) コイルへの誘導起電力

と表される。

コイルによる自己誘導

回路に流れている電流 I が、抵抗や起電力の変化によって変わるとき、この電流による磁場も変化し、それに応じた誘導起電力が生じる。この誘導起電力は電流変化と反対の方向に発生する。このような現象を**自己誘導 (self-induction)**という。いま、電流変化によって回路を横切る磁束の変化を $d\Phi$ とすると、 $d\Phi$ は電流変化 dI に比例するので、

$$d\Phi = LdI$$

となる。この $d\Phi$ による誘導起電力 V はファラデーの法則から、

$$V = -\frac{d\Phi}{dt} = -L\frac{dI}{dt}$$

となる。式中の L はコイルによって決まる比例定数で、自己インダクタンス (self-inductance) といい、単位は

ヘンリー [H 、($=V \cdot s/A$)] で表す。

自己インダクタンス

N 回巻きで断面積 S 、長さ ℓ のコイルに透磁率 μ の磁性体が入っているとき、単位長さ辺りの巻き数が $n = N/\ell$ より、磁束密度 B は、

$$B = \mu n I = \mu N I / \ell$$

となる。磁束 $\Phi = BS = \mu N I S / \ell$ より、誘導起電力 V は、

$$V = -N \frac{d\Phi}{dt} = -\mu \frac{N^2 S}{\ell} \frac{dI}{dt}$$

となり、自己インダクタンス L は、

$$L = \mu \frac{N^2 S}{\ell}$$

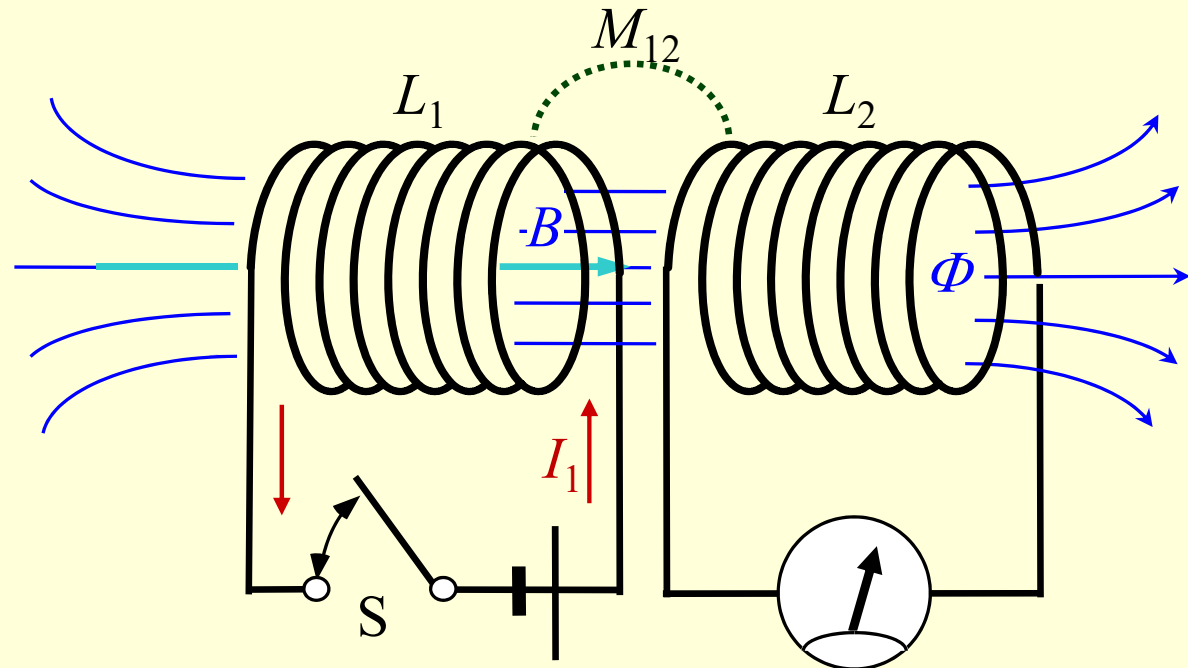
となる。

コイル対による相互誘導

2つのコイルを、図のように近づけておき、コイル1に電流 I_1 を流す。コイル1の電流が、時間 dt の間に dI だけ変化すると、コイル1に dI による磁束変化 $d\Phi$ が現れる。この磁束変化が、電流の流れていなかったコイル2を貫き、コイル内に比例定数 M_{21} を通して、

$$V_{21} = -M_{21} \cdot \frac{dI_1}{dt}$$

の誘導起電力を発生させる。この現象を**相互誘導 (mutual induction)**という。比例定数 M_{21} は、コイル2の巻き数 n 、およびコイル1の電流 I_1 や磁束 Φ などで決められ、



$$M_{21} = \frac{n\Phi}{I_1}$$

となる。この比例定数 M_{21} を**相互インダクタンス (mutual inductance)**といい、単位は自己インダクタンスと同様にヘンリー[H]で表す。

変圧器

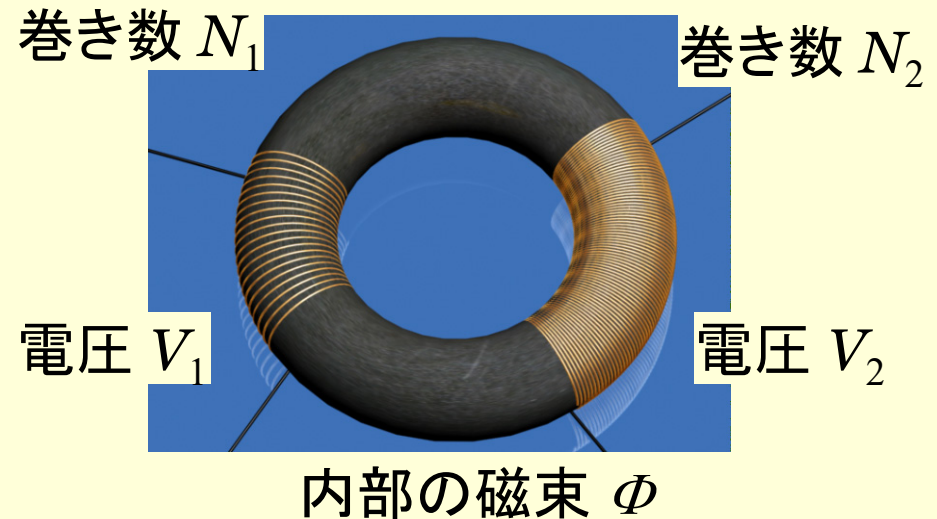
強磁性体のリングに図のように2つのコイルを巻き付けたものを変圧器という。電源をつないだコイルを1次コイル、もう一方のコイルを2次コイルといい、入力する電源には交流電源を用いる。 N_1 回巻きの1次コイルと N_2 回巻きの2次コイルを用い、1次コイル側に $V_1(t)$ の交流電源をつなぐと、コイルには、

$$V_1 = -N_1 \frac{d\phi}{dt}$$

の磁束変化が生じる。磁束がリングから漏れないとすると、2次コイルには、

$$V_2 = -N_2 \frac{d\phi}{dt}$$

の誘導起電力が生じる。このときの



誘導起電力の比をとると、

$$V_2 = \frac{N_2}{N_1} V_1$$

という関係が得られ、電圧を変えることができるということがわかる。なお、電力の消費がないと仮定すると、エネルギー保存の法則より、次式が成り立つ。

$$V_1 I_1 = V_2 I_2$$

コイルに蓄えられるエネルギー

コイルに電流を流すと、磁界が変化し、誘導起電力により、その磁界の変化を妨げようとする。そのため、コイルに電流を流すためには、電源にこの起電力に逆らって仕事をしなければならない。

仕事率(電力)は $P = dW / dt = IV$ であり、誘導起電力は $V = -LdI / dt$ で表されるので、この起電力に逆らってする仕事は、

$$\frac{dW}{dt} = LI \frac{dI}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} LI^2 \right)$$

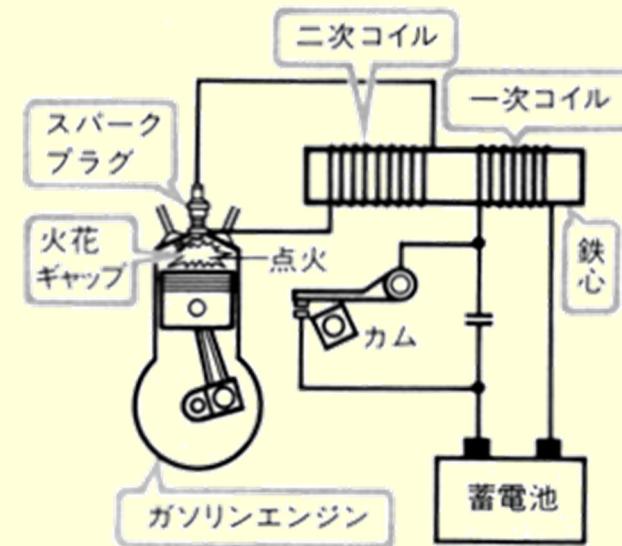
となる。これより電流が I になるまでにする仕事 W は、

$$W = \int \frac{dW}{dt} dt = \frac{1}{2} LI^2$$

となる。

トランスの応用

・点火プラグ



・非接触式充電器



例題

例題

図のようにインダクタンス L で抵抗 R のコイルを起電力 V_0 の電池につないで、スイッチを入れた。スイッチを入れたときの時刻を $t = 0$ とすると、流れる電流 $I(t)$ を求めなさい。

