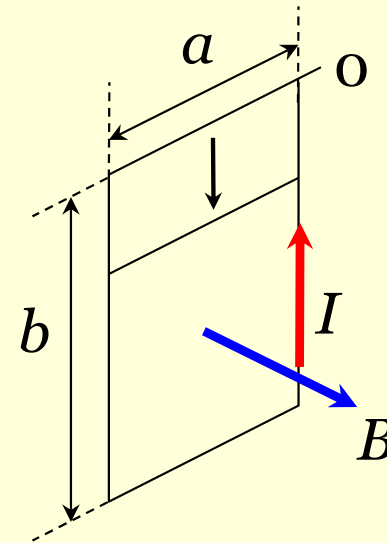


解答

1. 磁束密度が一様な水平磁界 B の中に、これに垂直に立てた長方形のコイルがある。上の辺が水平に保たれたまま、他の2つの辺に沿って摩擦なく滑り落ちはじめた。落ちだしてから時間 t の後にコイルに流れる電流 I を求めよ。ただし、自己誘導は無視する。なお、動く辺の長さを a 、鉛直辺の長さを b 、単位長さあたりの抵抗を r とする。

時間 t の間に上の辺が落下する距離は、 $gt^2/2$ 。すなわち、時刻 t におけるコイルの面積は、 $a(b - gt^2/2)$ となり、回路を貫く磁束は、

$$\Phi = BS = Ba\left(b - \frac{gt^2}{2}\right)$$



よって、誘導起電力 V は、

$$V = -\frac{d\Phi}{dt} = Bagt$$

となる。また、回路の長さは、

$$2(a + b - gt^2/2)$$

となるので、回路に流れる電流 I は、

$$I = \frac{V}{R} = \frac{Bagt}{2r(a + b - gt^2/2)}$$

となる。

解答

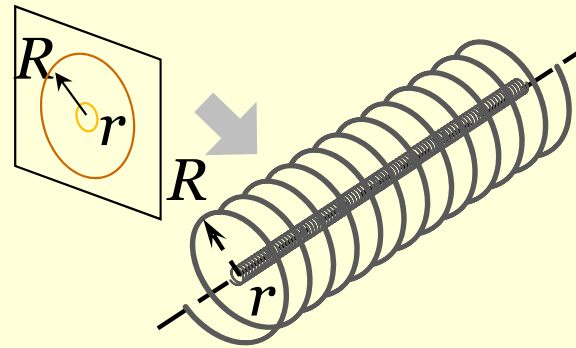
2.1つの平面の中に、大きい円形の
コイル(半径 R 、巻き数 N_1)と極めて
小さい円形のコイル(半径 r 、巻
き数 N_2)とが同心に置かれている。
その間の相互インダクタンス M を
求めよ。

ビオサバールの法則より、 n 巻きコ
イル円電流が中心に作る磁束密度
 B は、半径を r 、電流 I とすると、

$$B = n \frac{\mu_0 I}{2r}$$

となる(第24章例題の z に0を代入)。

大コイルの電流 I がつくる磁束のう
ち、小コイルを貫く磁束 F は、小コイ
ルの半径 r が大コイルの半径 R と比
べて極めて小さい場合は、大コイル
の中心付近の磁界と考えること



ができる。よって、

$$\Phi = BS = N_1 \frac{\mu_0 I}{2R} \cdot \pi r^2$$

小コイルに生ずる誘導起電力 V は、

$$V = -N_2 \frac{d\Phi}{dt} = -N_2 \cdot N_1 \frac{\pi \mu_0 r^2}{2R} \cdot \frac{dI}{dt}$$

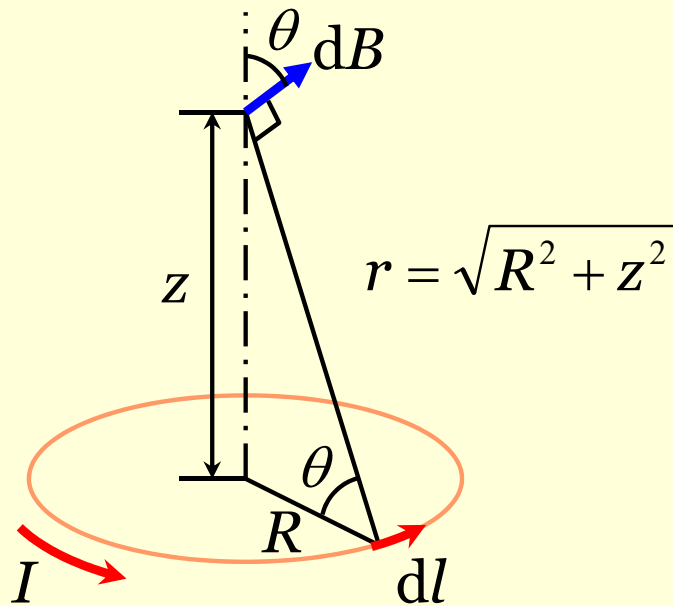
$$= -N_1 N_2 \frac{\pi \mu_0 r^2}{2R} \frac{dI}{dt}$$

よって、

$$M = N_1 N_2 \frac{\pi \mu_0 r^2}{2R}$$

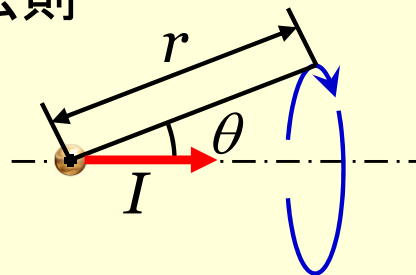
例題

図のように半径 R の円形の導線に電流 I が流れている。この円の中心軸上で、中心から z だけ離れた点における磁束密度を求めなさい。



※ビオサバールの法則

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} \sin \theta$$



軸に垂直な成分は、円周上の反対の部分と打ち消しあうので、軸方向の成分のみを考えれば良い。よって、ビオサバールの法則より、

$$B = \int dB \cos \theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{\cos \theta}{r^2} dl$$

となる。ここで、

$$r = \sqrt{R^2 + z^2}$$

$$\cos \theta = \frac{R}{r}$$

なので、

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{R}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \int dl$$

よって、

$$B = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}}$$